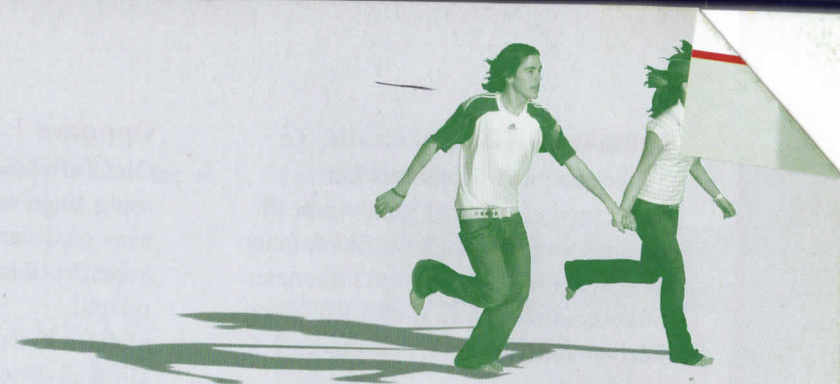


Oppgaver



1 Geometri



KATEGORI 1

1.1 Enheter for lengde

Oppgave 1.110

Gjør om til meter.

- a) 2,5 km b) 1,5 mil
- c) 0,5 km d) 0,8 mil

Oppgave 1.111

- a) Hvor mange kilometer er 2,2 mil?
- b) Hvor mange mil er 540 km?
- c) Hvor mange kilometer er 8500 m?
- d) Hvor mange mil er 15 000 m?

Oppgave 1.112

- a) Hvor mange centimeter er 2,5 dm?
- b) Hvor mange desimeter er 40 cm?
- c) Hvor mange centimeter er 0,5 m?
- d) Hvor mange desimeter er 2,5 m?

Oppgave 1.113

Legg sammen.

- a) 4 km + 1,6 mil b) 20 m + 20 dm
- c) 24 cm + 60 mm d) 2,5 m + 250 cm

Oppgave 1.114

Legg sammen.

- a) 12 dm + 1,6 m
- b) 400 m + 0,6 km
- c) 35 km + 2,5 mil
- d) 80 000 m + 2 mil

1.2 Måling av lengde og avstand

Oppgave 1.120

Målenøyaktigheten med en linjal er 1 mm.

- a) Hvor mange prosent feil gir det når vi måler en lengde på 10 mm?
- b) Hvor mange prosent feil gir det når vi måler en lengde på 100 mm?

Oppgave 1.121

Målenøyaktigheten med en skyvelære er 0,1 mm.

- a) Hvor mange prosent feil gir det når vi måler at ei trekule er 12 mm i diameter?
- b) Hvor mange prosent feil gir det når vi måler at et rør er 25 mm i diameter?

Oppgave 1.122

Tykkelsen på strikkepinner blir angitt med et nummer, som svarer til diameteren i millimeter. Strikkepinner nr. 3 er for eksempel 3 mm i diameter. Strikkepinner er å få kjøpt i «hele» og «halve» nummer, dvs. nummer 2, 2,5, 3, 3,5 osv.

- Finn fram en strikkepinne, stikk den gjennom et papirark og mål diameteren til hullet.
- Hvor stor mener du målenøyaktigheten er?
- Kan du si hva nummeret på strikkepinnen må være?

Oppgave 1.123

Ofte bruker vi skritt lengde som avstandsmål. Voksne mennesker har en skritt lengde på omkring én meter.

- Anslå lengden av klasserommet ved å skritte det opp. Oppgi svaret i hele meter.
- Bruk et metermål til å måle lengden av klasserommet. Rund av svaret til nærmeste halve meter.
- Hvor mange prosent avviker svaret i oppgave a fra svaret i oppgave b?



Oppgave 1.124

Olaf Tufte tok olympisk gullmedalje i roing singelsculler i Beijing i 2008. Tida hans på distansen 2000 m var 6.59,83, avrundet til nærmeste hundredels sekund.

Mellom hvilke verdier lå tida til Olaf Tufte på denne distansen?

Oppgi svaret i sekunder.

1.3 Vinkler i formlike figurer

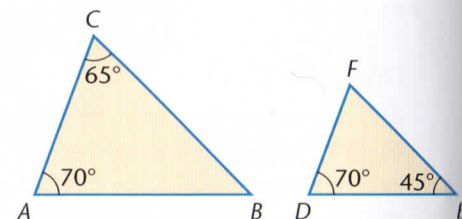
Oppgave 1.130

Finn den tredje vinkelen i $\triangle ABC$ når

- $\angle A = 40^\circ$ og $\angle B = 50^\circ$
- $\angle B = 60^\circ$ og $\angle C = 70^\circ$
- $\angle A = 90^\circ$ og $\angle C = 45^\circ$

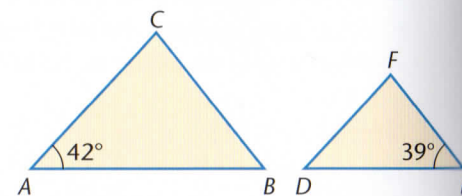
Oppgave 1.131

- Finn $\angle B$.
- Finn $\angle F$.
- Forklar at $\triangle ABC$ og $\triangle DEF$ er formlike.



Oppgave 1.132

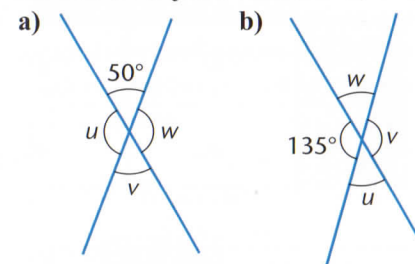
$\triangle ABC$ og $\triangle DEF$ er formlike.



- Finn $\angle B$ og $\angle C$.
- Finn $\angle D$ og $\angle F$.

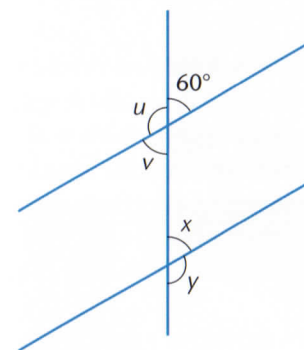
Oppgave 1.133

Finn de tre ukjente vinklene u , v og w .



Oppgave 1.134

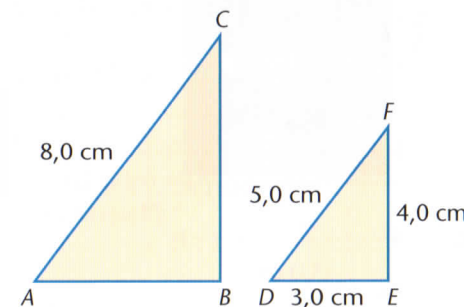
På figuren nedenfor er det ei rett linje som krysser to parallelle linjer. Finn vinklene u , v , x og y .



1.4 Lengder i formlike figurer

Oppgave 1.140

$\triangle ABC$ er formlik med $\triangle DEF$.



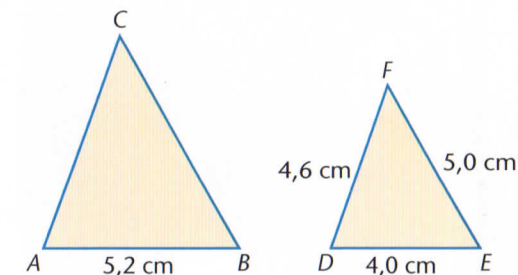
- Sett inn tallene for DE , AC og DF i tabellen.

	Samsvarende lengder	Samsvarende lengder
Stor trekant	x	AC
Liten trekant	DE	DF

- Hvilken side i den store trekanten er det som har lengden x i tabellen ovenfor?
- Finn x .

Oppgave 1.141

$\triangle ABC$ er formlik med $\triangle DEF$.



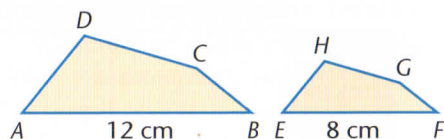
- Sett inn tallene for DF , AB og DE i tabellen.

	Samsvarende lengder	Samsvarende lengder
Stor trekant	x	AB
Liten trekant	DF	DE

- Hvilken side i den store trekanten er det som har lengden x i tabellen ovenfor?
- Finn x .

Oppgave 1.142

Firkantene $ABCD$ og $EFGH$ er formlike. Omkretsen av den lille firkanten er $o = 18$ cm.

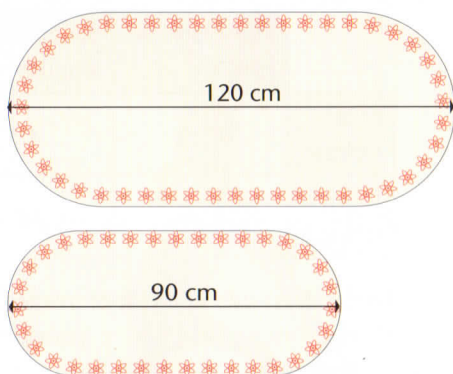


	Omkrets	Samsvarende lengder
Stor firkant	x	AB
Liten firkant	o	EF

- Sett inn tallene for o , AB og EF i tabellen.
- Finn omkretsen av den store firkanten.

Oppgave 1.143

De to ovale dukene er formlike. Lengden av den minste duken er $d = 90$ cm, og lengden av den største duken er $D = 120$ cm. Omkretsen av den minste duken er $o = 225$ cm.



Sett inn tallene for o , D og d i tabellen øverst i neste spalte.
Finn omkretsen O av den største duken.

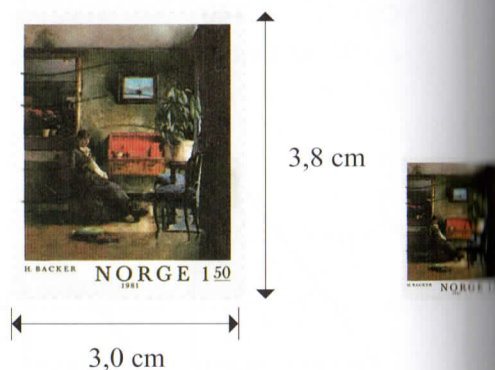
	Omkrets	Samsvarende lengder
Stor duk	O	D
Liten duk	o	d

Når to figurer er formlike, er den største figuren en forstørrelse av den minste. Forholdet f mellom en lengde i den største figuren og samsvarende lengde i den minste figuren er det samme for alle lengder. Dette forholdet kaller vi *forstørrelsesfaktoren*.

Hvis for eksempel forstørrelsesfaktoren er $f = 2$, er alle lengder i den største figuren dobbelt så lange som samsvarende lengder i den minste figuren. Bruk dette i oppgavene 1.144–1.147.

Oppgave 1.144

De to figurene er formlike. Den største figuren er en forstørrelse av den minste, og forstørrelsesfaktoren er $f = 2$. Sett mål på den minste figuren.

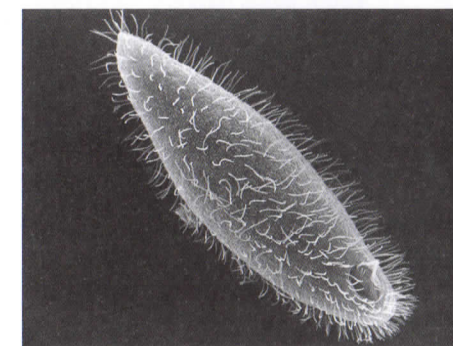


Oppgave 1.145

De to figurene er formlike. Den største figuren er en forstørrelse av den minste, og forstørrelsesfaktoren er $f = 1,5$. Regn ut lengden og bredden til den største figuren.



Oppgave 1.146



Figuren viser et forstørret bilde av et tøffeldyr. Forstørrelsesfaktoren er $f = 900$.

- Mål på figuren og regn ut lengden og bredden av tøffeldyret.
- Hvor mange tøffeldyr kan vi legge ved siden av hverandre på én centimeter?

Oppgave 1.147



Boligen og garasjen er formlike. Finn forstørrelsesfaktoren.

Oppgave 1.148

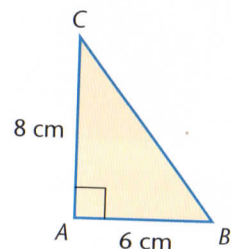


Bildet viser en far og sønnen hans. Faren er 175 cm høy. Omtrent hvor høy var sønnen da bildet ble tatt?

1.5 Pytagorassetningen

Oppgave 1.150

I en rettvisklet trekant er lengdene av katetene 6 cm og 8 cm.



Finn lengden av hypotenusen.

Oppgave 1.151

I en rettvisklet trekant er lengdene av katetene 8 cm og 15 cm.

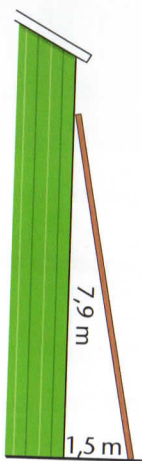
- Tegn trekanten.
- Finn lengden av hypotenusen.

Oppgave 1.152

Et rektangulært vindu har bredden 1,60 m og høyden 1,20 m. Finn lengden av diagonalen i vinduet.

Oppgave 1.153

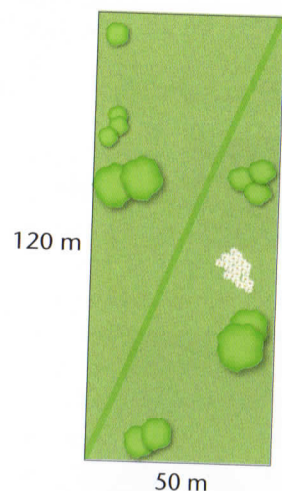
En stige står inntil en rett vegg slik figuren viser. Den når 7,9 m opp på veggen og står 1,5 m ut fra veggen.



Hvor lang er stigen?

Oppgave 1.154

I en rektangulær park går det en gangsti diagonalt gjennom parken slik figuren viser.



- Hvor lang er gangstien?
- Hvor mye kortere er gangstien enn veien langs parken?

1.6 Areal

Oppgave 1.160

Regn om til kvadratmeter (m^2).

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| a) 250 dm^2 | b) 1200 dm^2 |
| c) 50 dm^2 | d) 1000 cm^2 |

Oppgave 1.161

Regn om til kvadratdesimeter (dm^2).

- | | |
|----------------------|-------------------------|
| a) 460 cm^2 | b) 8000 cm^2 |
| c) 70 cm^2 | d) 50 000 mm^2 |

Oppgave 1.162

Et rektangel har lengden $l = 20 \text{ cm}$ og bredden $b = 12 \text{ cm}$.

Finn arealet av rektangelet målt i kvadratdesimeter (dm^2).

Oppgave 1.163

En trekant har grunnlinje $g = 16 \text{ cm}$ og høyde $h = 8 \text{ cm}$.

Finn arealet av trekanten målt i kvadratcentimeter (cm^2).

Oppgave 1.164

Et rektangel er 25 cm langt og 12 cm bredt.

Finn arealet av rektangelet målt i kvadratdesimeter (dm^2).

Oppgave 1.165

Et kvadrat har sider 6,0 cm.

Regn ut arealet av kvadratet.

Oppgave 1.166

Et parallelogram har grunnlinje $g = 9,5 \text{ cm}$. Avstanden fra grunnlinja til den motstående siden er $h = 5,6 \text{ cm}$. Regn ut arealet av parallelogrammet.

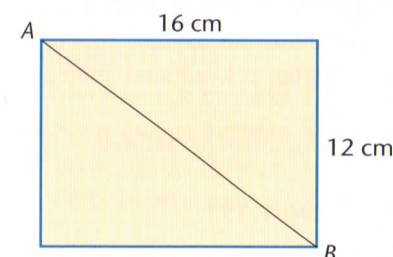
Oppgave 1.167

I et kvadrat er omkretsen 28 cm.

- Finn lengden av sidene i kvadratet.
- Regn ut arealet av kvadratet.

Oppgave 1.168

Et rektangel har mål som på figuren.



- Finn omkretsen av rektangelet.
- Finn lengden av diagonalen AB i rektangelet.
- Finn arealet av rektangelet.

1.7 Sirkelen

Oppgave 1.170

I en sirkel er radien 5,8 cm.

- Finn diameteren.
- Finn omkretsen.
- Finn arealet.

Oppgave 1.171

I en sirkel er diameteren 8,6 dm.

- Finn radien.
- Finn omkretsen.
- Finn arealet.

Oppgave 1.172

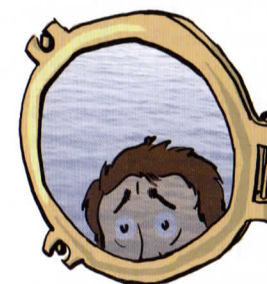
Et rundt bord har diameteren 2,70 m.

- Finn radien.
- Finn omkretsen av bordet.
- Hvor mange er det plass til rundt bordet når hver person trenger 0,60 m bordplass?

Oppgave 1.173

Et lugarvindu (koøye) er sirkelformet med diameteren 168 mm.

Finn arealet av vinduet målt i kvadratdesimeter (dm^2).



Oppgave 1.174

En pizza har radien 15 cm.

- Finn omkretsen av pizzaen.
- Pizzaen skal deles i 8 like stykker. Hva er arealet av et slikt stykke?

1.8 Volum

Oppgave 1.180

Gjør om til kubikkmeter.

- a) 4000 dm^3
- b) $3\,500\,000 \text{ cm}^3$
- c) 850 dm^3
- d) $400\,000 \text{ cm}^3$

Oppgave 1.181

Gjør om til liter.

- a) 50 dm^3
- b) 8600 cm^3
- c) 32 dl
- d) 780 cl

Oppgave 1.182

Gjør om til desiliter.

- a) $2,1 \text{ l}$
- b) 25 dm^3
- c) 100 cl
- d) $0,8 \text{ l}$

Oppgave 1.183

Et kjøleskap har de innvendige målene $4,8 \text{ dm} \times 5,4 \text{ dm} \times 15,4 \text{ dm}$.

Hvor mange liter rommer kjøleskapet?

Oppgave 1.184

Et akvarium har lengden $5,4 \text{ dm}$, bredden $2,5 \text{ dm}$ og høyden $3,0 \text{ dm}$.

Hvor mange liter rommer akvariet?

Oppgave 1.185

En melkekartong har form som et prisme med høyden $1,93 \text{ dm}$. Grunnflaten er kvadratisk med sider $0,72 \text{ dm}$.

Finn volumet av melkekartongen uttrykt i liter.

Oppgave 1.186

Et svømmebasseng har form som et prisme. Bassenget har lengden 15 m , bredden 8 m og dybden $1,5 \text{ m}$.

- a) Finn volumet uttrykt i kubikkmeter.
- b) Finn volumet uttrykt i liter.

Oppgave 1.187

I en sylinder er radien $1,5 \text{ dm}$ og høyden $2,4 \text{ dm}$.

Hvor mange liter rommer sylindren?

Oppgave 1.188

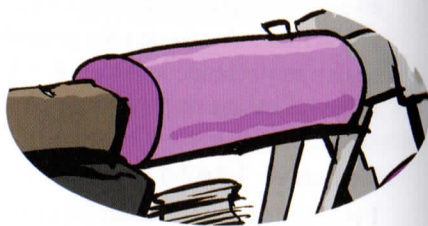
En sylinder har radien $7,4 \text{ cm}$ og høyden $15,8 \text{ cm}$.

- a) Finn volumet av sylindren målt i kubikkcentimeter (cm^3).
- b) Finn volumet målt i kubikkdesimeter (dm^3).
- c) Hvor mange liter rommer sylindren?

Oppgave 1.189

Bensintanken på en moped er tilnærmet sylinderformet med radien 8 cm og lengden 30 cm .

- a) Finn volumet av bensintanken i kubikkcentimeter (cm^3).
- b) Hvor mange liter rommer bensintanken?



1.9 Pyramide, kjegle og kule

Oppgave 1.190

En pyramide har høyden $20,4 \text{ cm}$. Grunnflaten er kvadratisk med sider $16,5 \text{ cm}$.

Finn volumet av pyramiden.

Oppgave 1.191

En pyramide har en rektangulær grunnflate. Grunnflaten har lengden 24 cm og bredden 18 cm .

- a) Finn arealet av grunnflaten.
- b) Pyramiden har høyden 21 cm . Finn volumet av pyramiden målt i kubikkdesimeter.

Oppgave 1.192

En pyramide har en trekantet grunnflate. Grunnflaten har grunnlinja $1,5 \text{ dm}$ og høyden $2,0 \text{ dm}$.

- a) Finn arealet av grunnflaten.
- b) Høyden i pyramiden er $2,0 \text{ dm}$. Finn volumet av pyramiden.
- c) Hvor mange liter rommer pyramiden?

Oppgave 1.193

Ei kjegle har høyden $10,2 \text{ cm}$. Radien i grunnflaten er $2,5 \text{ cm}$.

Finn volumet av kjegla.

Oppgave 1.194

Ei kjegle har høyden $5,6 \text{ dm}$. Radien i grunnflaten er $1,8 \text{ dm}$.

- a) Finn volumet av kjegla.
- b) Hvor mange liter rommer kjegla?

Oppgave 1.195

Ei kule har radien $2,0 \text{ cm}$.

- a) Finn volumet av kula.
- b) Finn arealet av overflaten til kula.

KATEGORI 2

1.1 Enheter for lengde

Oppgave 1.210

- a) Hvor mange meter er $2,35 \text{ km}$?
- b) Hvor mange meter er 8300 mm ?
- c) Hvor mange meter er $3,65 \text{ mil}$?
- d) Hvor mange meter er 1200 cm ?

Oppgave 1.211

- a) Hvor mange meter er $0,05 \text{ km}$?
- b) Hvor mange desimeter er $3,5 \text{ m}$?
- c) Hvor mange kilometer er $12\,000 \text{ dm}$?
- d) Hvor mange mil er $80\,000 \text{ m}$?
- e) Hvor mange kilometer er 75 mil ?

Oppgave 1.212

Dag er en habil langdistanseløper og løper hver dag forskjellige joggeruter. Ei uke løp han disse distansene:

$1,3 \text{ mil}$, 16 km , 5000 m , $1,4 \text{ mil}$, 8 km , 6500 m og 12 km

- a) Hvor langt løp Dag til sammen?
- b) Dag bruker i gjennomsnitt $4,5$ minutter per kilometer når han løper. Hvor lang tid brukte Dag på løpingen denne uka?



1.2 Måling av lengde og avstand

Oppgave 1.220

Denne oppgaven skal løses uten linjal eller andre hjelpemidler til måling av lengder. Det er likevel lov å bruke kroppsdeler, blyant/penn og viskelær. På et blankt ark skal du merke av to punkter der avstanden mellom de to punktene er

- a) 1 cm
- b) 10 cm
- c) 2 dm
- d) $2,5 \text{ cm}$
- e) 25 cm

Kontrollmål alle avmerkingene dine med en linjal.

Hvor mange av avmerkingene dine har en feil som er større enn 25% av riktig avstand?

Oppgave 1.221

- a) Bruk en linjal og mål
- 1) hvor lang og bred læreboka er
 - 2) hvor tykk læreboka er
 - 3) omkretsen av handledet ditt
- b) 1) Hvilken av målingene ovenfor er minst usikker?
- 2) Hvilken av målingene ovenfor er mest usikker?

Oppgave 1.222

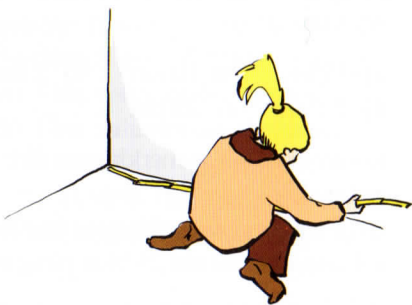
Petter bruker en mikrometerskrue med målenøyaktigheten 0,01 mm til å måle diameteren på ei nål. Han måler diameteren til 0,42 mm.

- a) Hva er den største diameteren nåla kan ha ut fra denne målingen?
- b) Hva er den minste diameteren nåla kan ha?
- c) Hvor mange prosent feil kan vi gjøre når vi måler denne diameteren?

Oppgave 1.223

Lengden av et rom er målt til 11,2 m og bredden til 6,7 m. Svarene er avrundet til nærmeste desimeter.

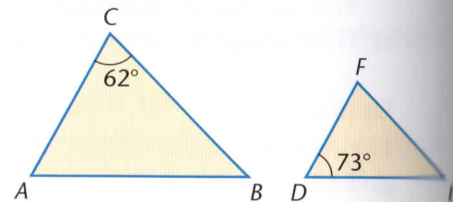
- a) Hva er den største og den minste verdien lengden da kan ha?
- b) Hva er den største og den minste verdien bredden kan ha?
- c) Hva er den største og den minste verdien arealet av golvet kan ha?
- d) Oppgi golvarealet i dette rommet. Hvor mange siffer er det rimelig å ta med i svaret?



1.3 Vinkler i formlike figurer

Oppgave 1.230

$\triangle ABC$ og $\triangle DEF$ er formlike, der AC og DF er samsvarende sider.



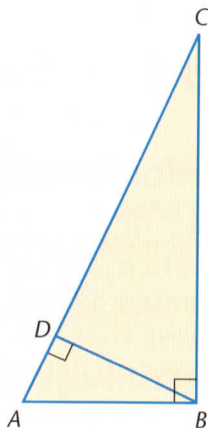
Finn de ukjente vinklene i de to trekantene.

Oppgave 1.231

Trapesene $ABCD$ og $EFGH$ er formlike, $\angle A = 75^\circ$ og $\angle B = 65^\circ$. AB og EF er samsvarende sider. Tegn figur. Finn $\angle E$ og $\angle F$.

Oppgave 1.232

I $\triangle ABC$ er $\angle A = 65^\circ$.

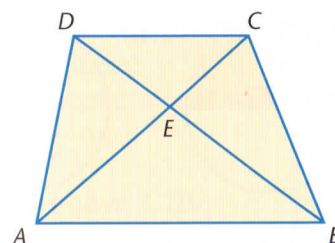


- a) Forklar at $\triangle ABC$ er formlik med $\triangle ADB$.
- b) Finn $\angle C$.
- c) Finn $\angle ABD$.

Oppgave 1.233

I firkanten $ABCD$ er sidene AB og CD parallelle.

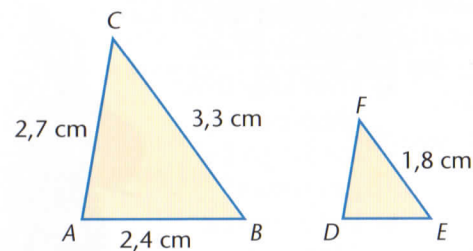
Finn to formlike trekanter i figuren.



1.4 Lengder i formlike figurer

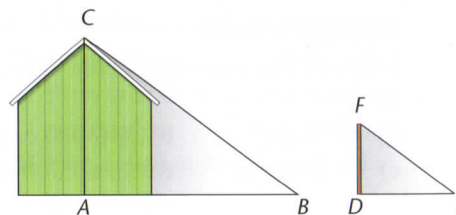
Oppgave 1.240

Trekantene ABC og DEF er formlike, der AC og DF er samsvarende sider. Finn de ukjente sidene.



Oppgave 1.241

Figuren viser en metode vi kan bruke for å finne høyden av et hus når tomten er helt flat. DF er en rett stokk som står nær huset. Huset og stokken kaster skyggene AB og DE . AB er 14,5 m, og DE er 2,8 m. Stokken DF er 2,1 m lang.

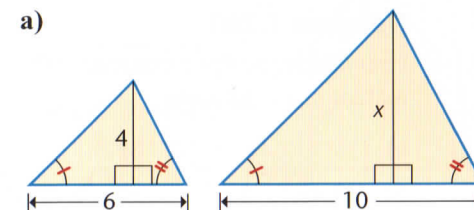


- a) Forklar at trekantene ABC og DEF er formlike.
- b) Finn høyden AC av huset.

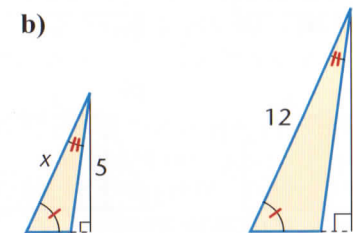
Oppgave 1.242

Trekantene på figuren nedenfor er formlike.

Finn x i hvert av de to tilfellene.



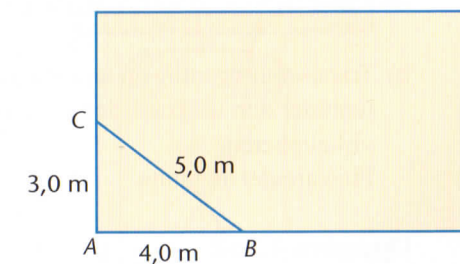
b)



1.5 Pytagorassetningen

Oppgave 1.250

Figuren viser grunnflaten i et hus, og vi skal kontrollere at $\angle A$ er 90° . Vi setter av $AB = 4,0$ m og $AC = 3,0$ m. Avstanden BC måler vi til 5,0 m.



Forklar hvorfor $\angle A = 90^\circ$.

Oppgave 1.251

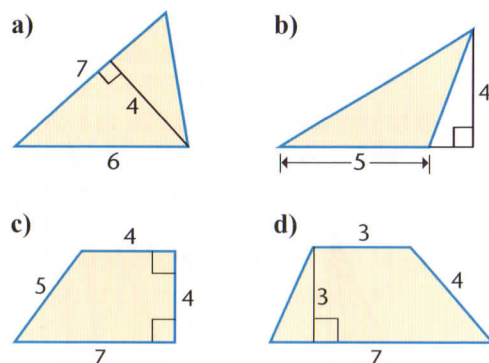
Undersøk om trekanten er rettvinklet når sidene har disse målene (i centimeter).

- a) 27, 36 og 45 b) 2,0, 4,8 og 5,2
c) 24, 70 og 78

1.6 Areal

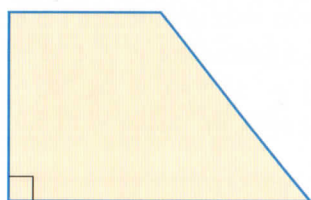
Oppgave 1.260

Finn arealet av disse figurene. Alle målene er i centimeter.



Oppgave 1.261

- a) Mål lengden av sidene på figuren og regn ut arealet av trapeset.



- b) Trapeset er egentlig en tegning av ei tomt der den lengste siden er 72 m i virkeligheten.
Finn arealet av tomta.

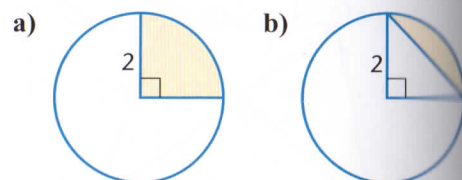
Oppgave 1.262

I et trapes $ABCD$ er AB parallell med DC . Videre er $AB = 6$ cm og $DC = 4$ cm. Avstanden mellom AB og DC er 8 cm. Finn arealet av trapeset.

1.7 Sirkelen

Oppgave 1.270

Finn arealet av det gule området på disse figurene der radien i sirklene er 2 cm.



Oppgave 1.271

Omkretsen av en sirkelformet park er 157 m.

- a) Finn radien i sirkelen.
b) Parken skal sås til med plenfrø. En sekk med plenfrø dekker 120 m^2 . Hvor mange sekker med plenfrø trenger vi?

Oppgave 1.272

Sykkelhjulet til Kari har diameteren 64 cm.

- a) Hvor langt triller hjulet på veien når det går én gang rundt?
b) Det er akkurat 3400 m fra der Kari bor og til skolen. Hvor mange ganger går sykkelhjulet til Kari rundt før hun er på skolen?



1.8 Volum

Oppgave 1.280

Gjør om til en mer egnet enhet i hvert tilfelle.

- a) 8500 dm^3 b) $240\,000 \text{ cm}^3$
c) $20\,000 \text{ mm}^3$ d) $9\,200\,000 \text{ mm}^3$

Oppgave 1.281

Et prisme har endeflater som er rektangler med sider 4 cm og 5 cm. Høyden i prismet er 2 cm.

- a) Regn ut volumet av prismet.
b) Hvor mange milliliter rommer prismet?
c) Regn ut arealet av overflaten av prismet.

Oppgave 1.282

- a) En reisekoffert har målene: $69 \text{ cm} \times 35 \text{ cm} \times 27 \text{ cm}$. Hvor mange liter rommer kofferten?
b) Som håndbagasje i et fly kan du ta med en koffert med disse målene: $55 \text{ cm} \times 40 \text{ cm} \times 43 \text{ cm}$. Hvor mange liter rommer en slik koffert?

Oppgave 1.283

I et sylinderformet glass med syltetøy er den indre radien 5,5 cm og høyden 8,0 cm. På glasset står det at det inneholder 800 g syltetøy. Undersøk om det kan romme 800 g når 1 cm^3 syltetøy veier 1,05 g.

1.9 Pyramide, kjegle og kule

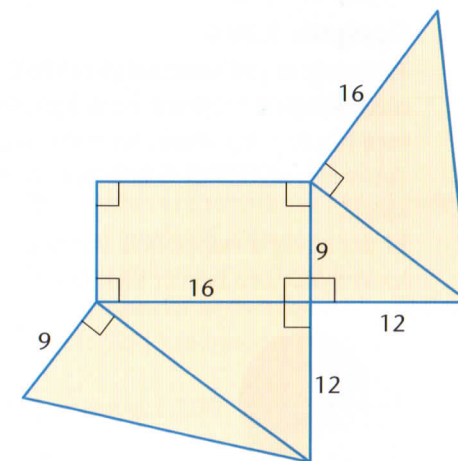
Oppgave 1.290

En pyramide har kvadratisk grunnflate med sider 10 cm. Høyden i pyramiden er 12 cm. Normalen fra toppunktet til grunnflaten treffer i sentrum av kvadratet.

- a) Finn volumet av pyramiden.
b) Hvor mange liter rommer pyramiden?
c) Finn arealet av overflaten av pyramiden.
d) Finn lengden av sidekantene i pyramiden.

Oppgave 1.291

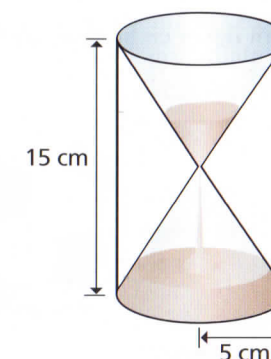
På figuren har vi brettet ut overflaten av en pyramide med rektangulær grunnflate. Alle målene på figuren er i centimeter.



- a) Regn ut arealet av overflaten av pyramiden.
b) 1) Finn grunnflaten i pyramiden på figuren og regn ut arealet.
2) Kopier figuren på et ark og klipp den ut. Brett etter linjene. Hvilken sidekant er høyden i pyramiden?
3) Regn ut volumet av pyramiden.

Oppgave 1.292

Timeglasset på figuren består av to identiske kjegler inne i en rett sylinder. Regn ut volumet av de to kjeglene.



Oppgave 1.293

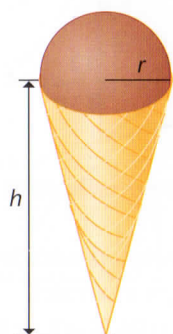
Ei kule har diameteren 12 cm.

- Finn arealet av overflaten av kula.
- Finn volumet av kula.

Oppgave 1.294

En kuleis er satt sammen av ei iskule med radien $r = 2,0$ cm og ei kjekskjegle med høyden $h = 8$ cm. Vi tenker oss at det er is svarende til ei halv kule nede i kjegla.

Er det mulig å stappe hele iskula ned i kjeksen dersom isen er myk nok til det?



Oppgave 1.295

- Ei markeringskjegle av plast har en diameter på 20 cm og er 50 cm høy. Finn volumet av kjegla.
- En fotball har vanligvis et volum på 4 eller 5 dm³. Vi sier da at fotballen er en firerball eller en femmerball. Fotballen til Lise har diameteren 21,2 cm. Finn ut om det er en firerball eller en femmerball.



BLANDEDE OPPGAVER

Oppgave 1.300

I en trekant er lengden av sidene 0,63 dm, 0,084 m og 105 mm.

- Skriv sidene uttrykt i centimeter.
- Finn omkretsen av trekanten.
- Bruk pytagorassetningen og vis at trekanten er rettvinklet.
- Finn arealet av trekanten.
- Trekanten er grunnflaten i en pyramide med høyden 2 dm. Finn volumet av pyramiden.

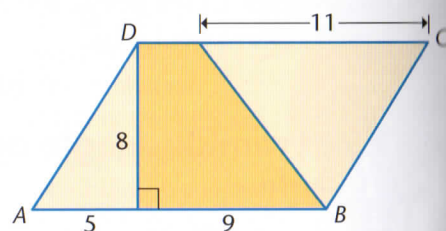
Oppgave 1.301

Ei klinkekule har radien 1,2 cm.

- Hvor mange slike kuler må vi legge etter hverandre for at lengden skal bli en meter?
- Hvor mange slike klinkekuler må vi ha for at volumet til sammen skal bli 1 dm³?

Oppgave 1.302

$ABCD$ er et parallelogram.



Finn arealet av det mørke gule området på figuren. Alle målene er i centimeter.

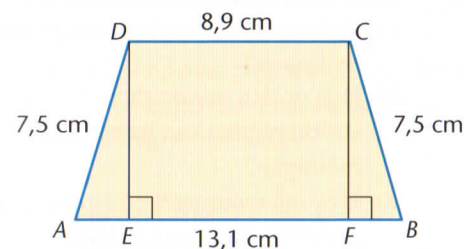
Oppgave 1.303

Hvilke enheter må du bruke på tallene for at likhetene skal stemme?

- $120 + 25 = 3,7$ m
- $0,42 + 3600 = 78$ dm²
- $4000 + 0,006 = 10$ dm³

Oppgave 1.304

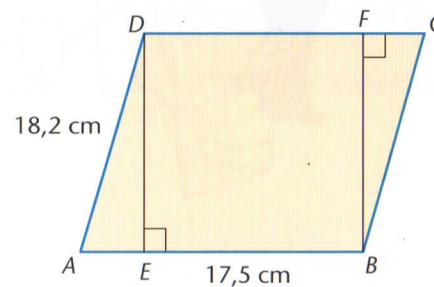
I et trapes $ABCD$ er AB parallell med DC . Videre er $AB = 13,1$ cm og $DC = 8,9$ cm. $AD = CB = 7,5$ cm og $AE = FB$.



- Finn AE .
- Finn høyden DE i trapeset.
- Finn lengden av diagonalen AC .
- Finn arealet av trapeset.

Oppgave 1.305

I parallelogrammet $ABCD$ er firkanten $EBFD$ et kvadrat med sider 17,5 cm.



- Finn AE .
- Finn omkretsen av parallelogrammet.
- Finn arealet av parallelogrammet.
- Parallelogrammet er grunnflaten i en pyramide med høyden 20 cm. Finn volumet av pyramiden.

Oppgave 1.306

I et kvadrat er lengden av diagonalen 9,9 cm.

- Finn lengden av sidene i kvadratet.
- Regn ut arealet av kvadratet.

Oppgave 1.307

Gjør om til meter og trekk sammen.

- 16 cm + 14 mm + 43 dm + $0,04$ m
- 94 mm + 18 cm + $1,7$ m + $11,4$ dm
- $0,450$ m + $7,8$ dm + 4350 mm

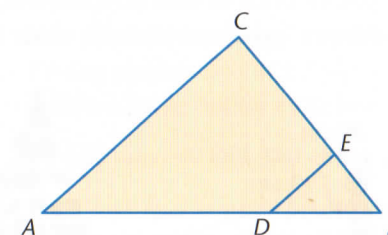
Oppgave 1.308

En sirkel har omkretsen 28,9 cm.

- Finn radien i sirkelen.
- Finn arealet av sirkelen.
- Sirkelen er grunnflaten i en sylinder med høyden 8,2 cm. Finn volumet av sylinderen.
- Finn arealet av overflaten til sylinderen uttrykt i kvadradesimeter (dm²).

Oppgave 1.309

På figuren er AC parallell med DE . Videre er $AB = 9,0$ cm, $AC = 7,0$ cm, $DB = 3,0$ cm og $EB = 2,0$ cm.



- Hvilke trekanten er formlike på figuren?
- Finn BC og DE .

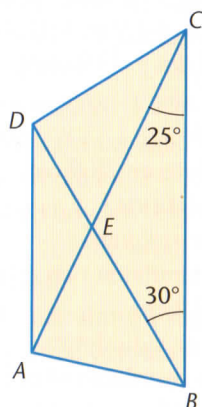
Oppgave 1.310

Keopspyramiden i Egypt har en kvadratisk grunnflate med sider 230 m. Høyden i pyramiden er 147 m, og toppunktet ligger rett over midtpunktet i grunnflaten.

- Finn volumet av pyramiden.
- Finn lengden av en sidekant i pyramiden.

Oppgave 1.311

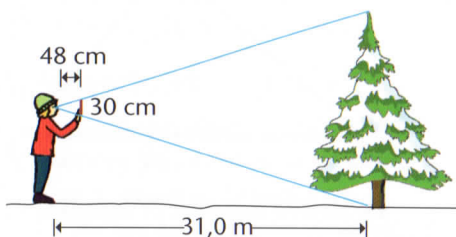
I firkanten $ABCD$ er AD parallell med BC .



- Hvor stor er $\angle ADE$?
- Hvor stor er $\angle DAE$?
- Finn to trekanter som er formlike.

Oppgave 1.312

Sissel vil finne ut hvor høyt et tre er, og holder en linjal mot treet slik vi ser her.



Linjalen er 30 cm lang. Fra Sissels øyne til linjalen er avstanden 48 cm. Hun måler avstanden til treet til 31,0 m. Hvor høyt er treet?

Oppgave 1.313

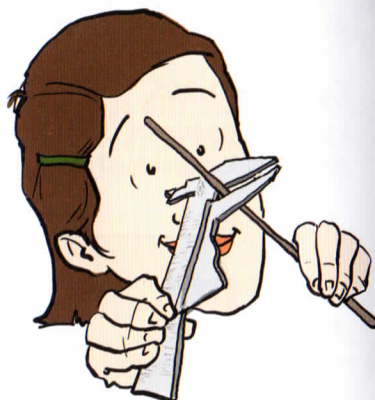
En sirkel har radien 5,4 cm.

- Finn omkretsen av sirkelen.
- Finn arealet av sirkelen.
- Sirkelen er grunnflaten i ei kjegle med høyden 7,2 cm. Finn volumet av kjegla.
- Tegn kjegla og finn lengden av sidekanten i kjegla.

Oppgave 1.314

Kari bruker en skyvelære med målenøyaktigheten 0,1 mm til å måle diameteren på en strikkepinne. Hun måler diameteren til 2,4 mm.

- Hva er den største diameteren strikkepinnen kan ha med denne målingen?
- Hva er den minste diameteren strikkepinnen kan ha med denne målingen?
- Hva må nummeret på strikkepinnen være? (Se oppgave 1.122.)
- Hvor mange prosent feil kan Kari gjøre når hun måler denne diameteren?



Oppgave 1.315

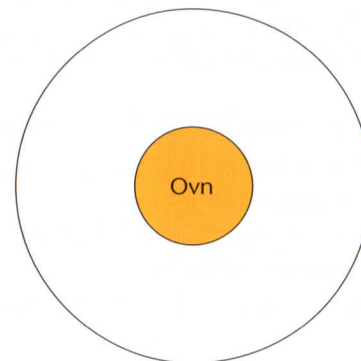
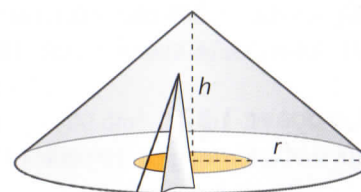
- Gjør om til desimeter og trekk sammen.
 $4,2 \text{ m} + 1730 \text{ mm} + 17 \text{ cm}$
- Gjør om til desimeter og trekk sammen.
 $0,17 \text{ m} + 9140 \text{ mm} + 1,44 \text{ m}$
- Gjør om til centimeter og trekk sammen.
 $233 \text{ mm} + 0,78 \text{ m} - 8,13 \text{ dm}$

Oppgave 1.316

Per skal på tur med idrettslaget og må velge mellom to bager å ha sakene sine i. Den ene bagen er sylindrerformet med diameter 38 cm og lengde 70 cm. Den andre er prismeformet. Bunnen i den er et rektangel med sider 72 cm og 50 cm, og høyden i denne bagen er 23 cm. Per velger den bagen som har størst volum. Hvilken bag velger han?

Oppgave 1.317

- Ei kjegle har radien $r = 3,0 \text{ m}$ og høyden $h = 2,5 \text{ m}$.
 - Finn volumet av kjegla.
 - Finn lengden av sidekanten i kjegla.
- Kjegla i oppgave a er et stort telt. Midt på bunnflaten står det en stor ovn som krever en sirkulær plass med radien 1,0 m. Resten av bunnflaten skal brukes til liggeplasser. Vi regner med at det går med $1,57 \text{ m}^2$ til en liggeplass. Hvor mange slike liggeplasser kan vi få i teltet?



Oppgave 1.318

- Et sylindrerformet oljefat har radien 38 cm og lengden 125 cm. Finn volumet av fatet.
- Fatet blir delt på langs i to like deler. Den ene delen blir brukt som grill. 40 % av grillvolumet skal fylles med grillkull. Hvor mange sekker à 8 l trenger vi?

Oppgave 1.319

- Per skal lage en kjegleformet hatt til et karneval. Hatten skal passe til Pers hode, som er 59 cm i omkrets.
- Finn radien i hatten.
 - Hatten skal være 50 cm høy. Finn volumet av hatten.
 - Hvordan ville du ha lagd hatten? Tegn et mønster.

Oppgave 1.320

Lise arbeider hos Skog byggsenter AS. En dag plukket hun ut trelister til en kunde. Listene hadde disse lengdene:

360 cm, 270 cm, 340 cm og 1,45 m

Hvor mye skal kunden betale for disse listene når meterprisen er 14,30 kr og kunden får 15 % rabatt?

Oppgave 1.321

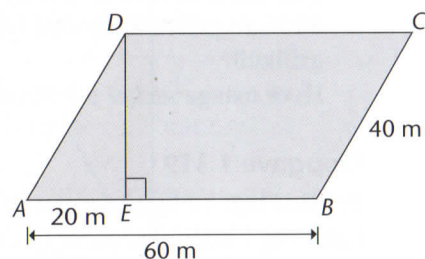
- En pizza er 30 cm i diameter. Bjørn deler pizzaen i 8 like store deler.
- Hvor mange grader er hvert stykke på?
 - Hvor stort areal har hvert pizzastykke?

Oppgave 1.322

- Sykkelhjulet til Sara har radien 32 cm.
- Hvor mange ganger har hjulet gått rundt når hun har syklet 100 m?
 - Hvor mange grader har hjulet dreid når sykkelhjulet har trillet 1,0 m?

Oppgave 1.323

- a) En skolegård har form som et parallelogram $ABCD$. Lengden av AB er 60 m, lengden av BC er 40 m, og lengden av AE er 20 m.



- Finn lengden av ED og arealet av $\triangle AED$.
 - Om vinteren blir $\triangle AED$ avsperrert og brukt til oppsamlingsplass for snø. Finn arealet av firkanten $EBCD$ på to måter.
 - Hvor langt er det fra hjørnet A til hjørnet C ?
- b) Skolegården skal få et sirkulært blomsterbed med radien 4,0 m.
- Blomsterbedet skal gjerdes inn. Hvor mange meter med gjerde trenger vi?
 - Blomsterbedet skal dekkes med et 3 cm tykt lag med veksttorv. Hvor mange sekker med 80 liter veksttorv trenger vi til dette bedet?

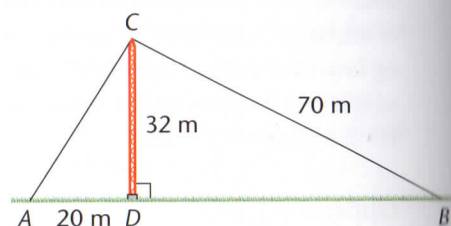
Oppgave 1.324

Ei flaggstang kaster en skygge på 8,1 m samtidig som et tørkestativ kaster en skygge på 2,7 m. Tørkestativet er 2,0 m høyt. Både flaggstanga og tørkestativet står på et horisontalt underlag.

- Tegn figur med flaggstanga og tørkestativet og sett på målene.
- Hvor høy er flaggstanga?

Oppgave 1.325

En mast CD med høyden 32 m er festet med to barduner AC og BC slik figuren viser. Lengden av bardunen BC er 70 m. Videre er $AD = 20$ m.



- Finn lengden av bardunen AC .
- Finn avstanden AB .
- Masta er sylinderformet med diameteren 50 cm. Finn volumet av masta.
- Sideflata på masta skal ha to nye strøk med maling. 1 liter maling dekker 7 m^2 . Hvor mange liter maling går det med til de to strøkene?

Oppgave 1.326

Legg sammen.

- $2200 \text{ mm} + 420 \text{ cm} + 3,1 \text{ m}$
- $3,5 \text{ dm}^2 + 240 \text{ cm}^2 + 0,12 \text{ m}^2$
- $4,6 \text{ m}^3 + 7600 \text{ dm}^3 + 200\,000 \text{ cm}^3$

Oppgave 1.327

En melkekartong har høyden 193,1 mm. Bunnflaten og toppflaten er rektangulær med lengden 108,2 mm og bredden 71,8 mm.

Hvor mange liter rommer kartongen?

Oppgave 1.328

Når vi bruker en skyvelære, er målenøyaktigheten 0,1 mm.

Hvor mange prosent feil gir det når vi måler en lengde på

- 0,5 mm
- 0,5 cm
- 5 cm

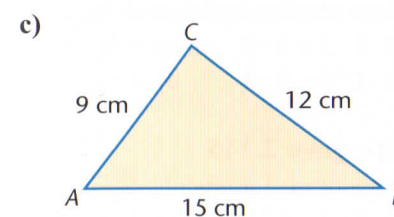
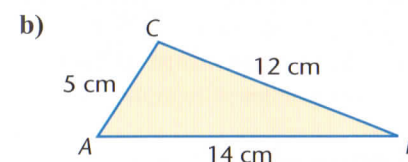
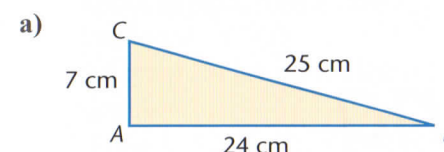
Oppgave 1.329

I et trapes er de parallelle sidene lik 50 cm og 30 cm. De andre sidene er begge lik 26 cm.

Finn arealet av trapeset.

Oppgave 1.330

Undersøk om trekanten er rettvinklet.



Oppgave 1.331

Gjør om til en mer egnet enhet i hvert tilfelle.

- $18\,000 \text{ dm}^3$
- $23\,000 \text{ cm}^3$
- $4\,000\,000 \text{ cm}^3$
- $7\,000\,000 \text{ mm}^3$

Oppgave 1.332

- a) En kjegleformet trakt har et volum på 1 liter. Finn høyden i trakta når radien er 5,0 cm.

- b) En tennisball har radien 3,0 cm.

- Finn arealet av overflaten og volumet av tennisballen.
- Tennisballene blir solgt i ei sylinderformet eske med plass til akkurat tre baller. Finn volumet av den sylinderformede eska.
- Hvor stor del av hele sylindervolumet opptar tennisballene?



Oppgave 1.333

$\triangle ABC$ og $\triangle DEF$ er formlike, der AB og DE er samsvarende sider.

I $\triangle ABC$ er $\angle B = 34,7^\circ$ og $\angle C = 49,2^\circ$.

- Tegn trekantene.
- Finn vinklene i $\triangle DEF$.

Oppgave 1.334

$\triangle ABC$ og $\triangle DEF$ er formlike, der AB og DE er samsvarende sider. I $\triangle DEF$ er $\angle D = 64,6^\circ$ og $\angle E = 29,5^\circ$.

- Tegn trekantene.
- Finn vinklene i $\triangle ABC$.



2 Tallregning

KATEGORI 1

2.1 Regnerekkefølge

Oppgave 2.110

Regn uten og med digitalt hjelpemiddel.

- a) $7 \cdot 8$ b) $9 \cdot 6$
c) $(-5) \cdot 6$ d) $7 \cdot (-9)$

Oppgave 2.111

Regn uten og med digitalt hjelpemiddel.

- a) $2 \cdot 3 - 5$ b) $8 - 3 \cdot 2$
c) $(-2) \cdot 3 + 8$ d) $(-3) \cdot (-4) + 2$

Oppgave 2.112

Regn uten og med digitalt hjelpemiddel.

- a) $5 - 5 \cdot 3$ b) $-6 + 2 \cdot 3$
c) $5 \cdot 6 + 2 \cdot 4$ d) $7 \cdot 8 - 5 \cdot 6$
e) $-4 \cdot 3 + 5 \cdot 3$ f) $-3 \cdot 6 - 4 \cdot 5$

Oppgave 2.113

Regn uten og med digitalt hjelpemiddel.

- a) $2 \cdot (4 + 2)$ b) $-2 \cdot (3 - 1)$
c) $3 \cdot (2 \cdot 5 - 7)$ d) $-4 \cdot (9 - 2 \cdot 8)$
e) $-3 \cdot (5 - 2 \cdot 2)$ f) $-4 \cdot (8 - 2 \cdot 4)$

Oppgave 2.114

Regn uten og med digitalt hjelpemiddel.

- a) $2 \cdot 3 + 3 \cdot 4$ b) $5 \cdot (7 + 3^2)$
c) $4 \cdot 5 - 2 \cdot 4$ d) $4 \cdot (2^3 - 9)$

Oppgave 2.115

Regn ut med digitalt hjelpemiddel.

- a) $5 \cdot 3 - 4 \cdot 4$ b) $4 \cdot 6 - 8 \cdot 9$
c) $4 + 3 \cdot 2^4 + 2 \cdot (4^2 - 3)$

2.2 Overslagsregning

Oppgave 2.120

Bruk overslagsregning.

Du skal reise med bil fra Oslo til hytta på Gol. Avstanden er 210 km.

- a) Du regner med å kjøre i 70 km/h.
Hvor mange timer tar det til hytta?
b) 1) Hvor mange mil er det fra Oslo til hytta?
2) Du regner med at bilen bruker 0,8 l bensin per mil.
Omtrent hvor mange liter bensin må du minst ha på tanken for at du skal slippe å fylle bensin på turen?

Oppgave 2.121

Bruk overslagsregning.

Du skal reise med bil fra Oslo til Trondheim. Avstanden er 540 km.

- a) Du regner med å holde en gjennomsnittsfart på 60 km/h og vil ha en pause på en time. Du starter kl. 10.00.
Når kan du regne med å være i Trondheim?
b) Hvor mange mil er det fra Oslo til Trondheim?
c) Bilen din bruker 0,8 liter bensin per mil. Hvor mye bensin går det med på turen?
d) En liter bensin koster 10 kr. Hvor store er bensinutgiftene?

Oppgave 2.122

Du er i butikken og har disse varene i handlekurven din:

1,5 liter melk	15 kr
Smør	19 kr
Pålegg	31 kr
Frukt	15 kr
Avis	10 kr

Du har bare 100 kr.

Bruk overslagsregning og finn ut om du kan kjøpe alle varene.

Oppgave 2.123

Du får utbetalt 15 000 kr i lønn en måned. Denne måneden skal du betale:

Strømregning	2700 kr
Avdrag på lån	3300 kr
Mobiltelefonregning	1000 kr
Forsikring	2000 kr

I tillegg må du sette av 1000 kr hver måned til husholdningsutgifter. Bruk overslagsregning og finn ut hvor mye du kan bruke i gjennomsnitt per uke på andre ting før neste lønning.

Oppgave 2.124

Du har 5000 kr igjen på kontoen din, og disse regningene skal betales før du får lønn neste gang:

Forsikring	1200 kr
Tv-lisens	1000 kr
Bensin	800 kr

I tillegg må du sette av 1500 kr til husholdningsutgifter.

Finn ved hoderegning om du har råd til å betale disse regningene før du får neste lønning.



2.3 Forkorting og utviding av brøker

Oppgave 2.130

Forkort brøkene.

- a) $\frac{5}{10}$ b) $\frac{6}{9}$ c) $\frac{4}{16}$ d) $\frac{10}{80}$

Oppgave 2.131

Forkort brøkene uten og med digitalt hjelpemiddel.

- a) $\frac{14}{21}$ b) $\frac{8}{20}$ c) $\frac{18}{24}$ d) $\frac{15}{25}$

Oppgave 2.132

Skriv brøkene med 18 som nevner.

a) $\frac{1}{9}$ b) $\frac{5}{6}$ c) $\frac{2}{3}$

Oppgave 2.133

Skriv brøkene med 24 som nevner.

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{7}{6}$ c) $\frac{5}{8}$ d) $\frac{11}{12}$

Oppgave 2.134

Skriv brøkene med 30 som nevner og avgjør hvilken brøk som er størst.

$\frac{5}{6}$ og $\frac{13}{15}$

2.4 Brøkregning

Oppgave 2.140

Regn uten og med digitalt hjelpemiddel.

a) $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5}$ b) $\frac{7}{3} \cdot \frac{3}{14}$
c) $\frac{7}{12} + \frac{5}{12}$ d) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}$

Oppgave 2.141

Regn uten og med digitalt hjelpemiddel.

a) $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{5}$ b) $\frac{2}{9} : \frac{8}{3}$
c) $\frac{3}{5} \cdot 3$ d) $\frac{2}{5} + \frac{3}{10}$

Oppgave 2.142

Regn ut.

a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$ b) $\frac{5}{21} + \frac{2}{7}$
c) $2 \cdot \frac{1}{2}$ d) $3 : \frac{1}{3}$

Oppgave 2.143

Regn ut.

a) $\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7}$ b) $\frac{9}{2} + \frac{3}{4}$
c) $2 - \frac{1}{3}$ d) $\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$

Oppgave 2.144

Multipliser hver av brøkene med en annen brøk slik at svaret blir 1.

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{5}$ c) $\frac{123}{456}$

Oppgave 2.145

Regn ut.

a) $\frac{5}{3} + \frac{4}{3} - \frac{1}{3}$ b) $\frac{5}{6} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}$
c) $1 + \frac{2}{9}$ d) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

Oppgave 2.146

Regn ut.

a) $\frac{3}{5} + \frac{4}{5} - \frac{2}{5}$ b) $\frac{2}{5} - \frac{3}{5} + \frac{1}{10}$
c) $3 - \frac{2}{3}$ d) $\frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{1}{6}$

Oppgave 2.147

Regn uten og med digitalt hjelpemiddel.

a) $2 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)$ b) $\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)$

Oppgave 2.148

a) 1 kg appelsiner koster 16 kr.

Hva koster $\frac{3}{4}$ kg?

b) 1 kg druer koster 36 kr.

Hva koster $\frac{2}{3}$ kg?

Oppgave 2.149

Kiloprisen på kaffe er 52 kr.

Hva koster $\frac{1}{4}$ kg kaffe?

2.5 Brøkdelen av et tall

Oppgave 2.150

Regn ut.

a) $\frac{1}{3}$ av 3 b) $\frac{2}{5}$ av 20
c) $\frac{1}{6}$ av 24 d) $\frac{2}{7}$ av 35

Oppgave 2.151

Regn ut.

a) $\frac{2}{3}$ av 450 kr b) $\frac{4}{5}$ av 15 km
c) $\frac{3}{7}$ av 14 kg

Oppgave 2.152

I en klasse med 30 elever er $\frac{3}{5}$ av elevene gutter.

- a) Hvor mange gutter er det i klassen?
b) Hvor mange jenter er det i klassen?
c) Hvor stor brøkdel av klassen er jenter?

Oppgave 2.153

Guri og Petter skal dele 4200 kr. Guri skal ha $\frac{3}{7}$ av pengene og Petter resten. Hvor mange kroner får Guri, og hvor mange kroner får Petter?

Oppgave 2.154

I en klasse er det 8 jenter og 18 gutter.

- a) Hvor stor brøkdel av elevene er jenter?
b) Hvor stor brøkdel av elevene er gutter?

Oppgave 2.155

Ei kanne saftogvann inneholder 7 dl saft og 2,8 l vann.

- a) Hvor mye saftogvann er det på kanna?
b) Hvor stor brøkdel av innholdet er saft?

Oppgave 2.156

På Stortinget er det 169 representanter. Ved forslag om endringer i Grunnloven må minst $\frac{2}{3}$ av representantene stemme «ja» for at forslaget skal bli vedtatt. Hvor mange stemmer trengs for å få vedtatt et slikt forslag?

KATEGORI 2

2.1 Regnerekkefølge

Oppgave 2.210

Regn ut.

a) $5 \cdot 7 - 4 \cdot 4$ b) $2 \cdot 6 - 5 \cdot 3$
c) $4 + 3 \cdot (2 \cdot 5 - 3 \cdot 4)$
d) $3^2 \cdot (8 - 2 \cdot 3) - 2 \cdot (3 \cdot 5 - 2 \cdot 8)$

Oppgave 2.211

Regn uten og med digitalt hjelpemiddel.

a) $2 \cdot (3 - 2) - 3 \cdot (4 + 2) + (-2) \cdot (-3)$
b) $-3 \cdot (2 - 5) + 5 \cdot (2 - 1) - 2 \cdot (4 - 5)$
c) $2 \cdot (-3) - 4 \cdot (6 - 2) + (-1)$
d) $4 \cdot (3 - 1) + 7 \cdot (-2) - 3 \cdot (2 - 4)$

Oppgave 2.212

- 1 Tenk på et tall mellom 1 og 9.
- 2 Legg til 5.
- 3 Multipliser svaret i punkt 2 med 2.
- 4 Trekk fra det tallet du tenkte på.
- 5 Stryk det første sifferet i tallet.
- 6 Gjør alt fra punkt 1 til punkt 5 en gang til, denne gangen med et nytt tall.
Klarer du å forklare sammenhengen?

Oppgave 2.213

Regn uten og med digitalt hjelpemiddel.

a) $6 \cdot 2^2$ b) $-3^2 + 2 \cdot 3^2$
c) $3 \cdot (2 \cdot 3) + 2 \cdot 5^2$ d) $2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 2^3$

2.2 Overslagsregning

Oppgave 2.220

Du skal legge nye lister rundt golvet i stua. Stua er rektangulær. Du vet at stua er 7,80 m lang og 6,10 m bred. Videre regner du med at det går bort 60 cm for hver av tre dører.

Bruk overslagsregning og finn omtrent hvor mange meter list du bør kjøpe.

Oppgave 2.221

- a) På et kart ser du en innsjø som er tilnærmet sirkelformet. Diameteren er omtrent 200 m.
Bruk overslagsregning og finn omtrent hvor mange kvadratmeter innsjøen er.
- b) En lavvo (kjegleformet telt) har en indre diameter på 4 m. Den er 3 m høy. Arealet A av en sirkel er gitt ved

$$A = \pi \cdot r^2$$

og volumet V av ei kjegle er gitt ved

$$V = \frac{A \cdot h}{3}$$

der h er høyden i kjegla.

- 1) Bruk overslagsregning og finn omtrent arealet av bunnen i teltet.
- 2) Bruk overslagsregning og finn omtrent volumet av teltet.

2.3 Forkorting og utviding av brøker

Oppgave 2.230

Forkort brøkene uten og med digitalt hjelpemiddel.

- a) $\frac{8}{64}$ b) $\frac{19}{38}$ c) $\frac{42}{63}$ d) $\frac{28}{77}$

Oppgave 2.231

Forkort brøkene uten og med digitalt hjelpemiddel.

- a) $\frac{112}{224}$ b) $\frac{116}{348}$
- c) $\frac{150}{600}$ d) $\frac{1200}{24\,000}$

2.4 Brøkregning

Oppgave 2.240

Regn uten og med digitalt hjelpemiddel.

- a) $\frac{3}{7} \cdot \frac{28}{15}$ b) $\frac{72}{13} \cdot \frac{9}{16}$ c) $\frac{1}{3} : \frac{5}{6}$

Oppgave 2.241

Regn uten og med digitalt hjelpemiddel.

- a) $\frac{12}{21} \cdot \frac{9}{48}$ b) $5 : \frac{25}{6}$
- c) $\frac{3}{10} + \frac{1}{25} - \frac{7}{50}$ d) $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) : \frac{22}{5}$

Oppgave 2.242

Regn ut.

- a) $\frac{100}{13} : \frac{5}{39}$ b) $\frac{2}{25} + 2 - \frac{1}{10}$
- c) $\left(\frac{4}{3} - \frac{6}{5}\right) : \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5}\right)$

Oppgave 2.243

Skolen skulle ha aktivitetsdag. Elevene kunne velge mellom slalåm, skitur og aking. $\frac{2}{5}$ av elevene valgte slalåm, $\frac{3}{10}$ valgte skitur, og $\frac{1}{5}$ valgte aking. Hvor stor del av elevene var ikke med på aktivitetsdagen?



Oppgave 2.244

I en undersøkelse svarte $\frac{1}{4}$ av elevene på en skole at de røykte, mens $\frac{2}{3}$ svarte at de ikke røykte.

Hvor stor del av elevene svarte ikke på spørsmålet om de røykte?

2.5 Brøkdelen av et tall

Oppgave 2.250

- a) Hvor mye er $\frac{7}{8}$ av 448 kr?
- b) Hvor mye er $\frac{5}{7}$ av 672 kg?
- c) Hvor mye er $\frac{12}{13}$ av 3380 m?
- d) Hvor mye er $\frac{1}{250}$ av 2,5 m?

Oppgave 2.251

Regn ut uten digitalt hjelpemiddel.

Finn $\frac{2}{5}$ av

- a) 0,125 b) $\frac{5}{2}$
- c) 0,0865 d) $\frac{15}{8}$

Oppgave 2.252

Alf, Berit og Kristian skal dele 24 000 kr.

Alf skal ha $\frac{1}{3}$, Berit $\frac{2}{5}$ og Kristian resten.

- a) Hvor stor del skal Kristian ha av de 24 000 kr?
- b) Hvor mange kroner skal Kristian ha?

Oppgave 2.253

Jon, Ellen og Tora skal kjøre bil sammen til hytta. De skal dele på å kjøre den 320 km lange veien. Jon kjører 80 km, mens Ellen og Tora kjører like lange strekninger.

- a) Hvor stor del av veien kjører Jon?
- b) Hvor stor del av veien kjører hver av de to andre?

BLANDEDE OPPGAVER

Oppgave 2.300

a) Regn ut og vis mellomregninger.

- 1) $3 + 2 \cdot 5 - 2(4 - 3)$
- 2) $3^2 + (4 - 2)^2$

b) Bruk regnereglene for brøk og regn ut.

- 1) $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} - \frac{1}{5}$ 2) $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{6}$

Oppgave 2.301

- a) 1 Tenk på et tall.
- 2 Gjør tallet tre ganger så stort.
- 3 Trekk fra 6 i svaret fra punkt 2.
- 4 Del det tallet du kommer fram til, på 3 og legg til 2.
Hvilket tall har du nå?
- b) Prøv å forklare hvorfor det må være slik.

Oppgave 2.302

a) Trekk sammen.

- 1) $(-2)^2 \cdot (-3)^2 + 2^3$
- 2) $\frac{2}{7} + \frac{15}{7} - \frac{3}{7}$
- 3) $1 + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}$

b) Regn ut og skriv svaret så enkelt som mulig.

- 1) $\frac{12}{15} \cdot \frac{30}{8}$ 2) $\frac{3}{2} : \frac{9}{8}$

c) På en skidag kunne elevene ved en videregående skole velge mellom slalåm, aking og langrenn. $\frac{1}{3}$ av elevene valgte slalåm og $\frac{2}{5}$ aking.

1) Hvor stor del av elevene valgte enten slalåm eller aking?

2) Alle elevene ble med på en av de tre aktivitetene.

Hvor stor del av elevene valgte langrenn?

3) Det var 120 elever som valgte aking.

Hvor mange elever var med på skidagen?

Oppgave 2.303

Regn ut.

- a) $5 - 2 \cdot (3 - 5)$ b) $5^2 - 3 \cdot 2^3$
- c) $\frac{1}{5} - \frac{3}{10} + \frac{1}{2}$ d) $\frac{9}{11} \cdot \frac{22}{27}$
- e) $\frac{21}{5} : 7$

Oppgave 2.304

Du er ute og handler og vil raskt

kontrollere hvor mye du skal betale.

Bruk overslagsregning og finn omtrent hvor mye det blir.

- a) 29,90 kr + 12,90 kr + 20,20 kr + 19,60 kr + 9,80 kr
- b) 30,20 kr + 9,90 kr + 29,50 kr + 40,60 kr + 11,80 kr + 18,00 kr
- c) 8,80 kr + 11,40 kr + 18,50 kr + 32 kr + 4 · 9,90 kr + 3 · 14,90 kr

Oppgave 2.221

- a) På et kart ser du en innsjø som er tilnærmet sirkelformet. Diameteren er omtrent 200 m.
Bruk overslagsregning og finn omtrent hvor mange kvadratmeter innsjøen er.
- b) En lavvo (kjegleformet telt) har en indre diameter på 4 m. Den er 3 m høy. Arealet A av en sirkel er gitt ved

$$A = \pi \cdot r^2$$

og volumet V av ei kjegle er gitt ved

$$V = \frac{A \cdot h}{3}$$

der h er høyden i kjegla.

- 1) Bruk overslagsregning og finn omtrent arealet av bunnen i teltet.
- 2) Bruk overslagsregning og finn omtrent volumet av teltet.

2.3 Forkorting og utviding av brøker

Oppgave 2.230

Forkort brøkene uten og med digitalt hjelpemiddel.

- a) $\frac{8}{64}$ b) $\frac{19}{38}$ c) $\frac{42}{63}$ d) $\frac{28}{77}$

Oppgave 2.231

Forkort brøkene uten og med digitalt hjelpemiddel.

- a) $\frac{112}{224}$ b) $\frac{116}{348}$
c) $\frac{150}{600}$ d) $\frac{1200}{24\,000}$

2.4 Brøkregning

Oppgave 2.240

Regn uten og med digitalt hjelpemiddel.

- a) $\frac{3}{7} \cdot \frac{28}{15}$ b) $\frac{72}{13} \cdot \frac{9}{16}$ c) $\frac{1}{3} : \frac{5}{6}$

Oppgave 2.241

Regn uten og med digitalt hjelpemiddel.

- a) $\frac{12}{21} \cdot \frac{9}{48}$ b) $5 : \frac{25}{6}$
c) $\frac{3}{10} + \frac{1}{25} - \frac{7}{50}$ d) $\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) : \frac{22}{5}$

Oppgave 2.242

Regn ut.

- a) $\frac{100}{13} : \frac{5}{39}$ b) $\frac{2}{25} + 2 - \frac{1}{10}$
c) $\left(\frac{4}{3} - \frac{6}{5}\right) : \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5}\right)$

Oppgave 2.243

Skolen skulle ha aktivitetsdag. Elevene kunne velge mellom slalåm, skitur og aking. $\frac{2}{5}$ av elevene valgte slalåm, $\frac{3}{10}$ valgte skitur, og $\frac{1}{5}$ valgte aking. Hvor stor del av elevene var ikke med på aktivitetsdagen?



Oppgave 2.244

I en undersøkelse svarte $\frac{1}{4}$ av elevene på en skole at de røykte, mens $\frac{2}{3}$ svarte at de ikke røykte.

Hvor stor del av elevene svarte ikke på spørsmålet om de røykte?

2.5 Brøkdelen av et tall

Oppgave 2.250

- a) Hvor mye er $\frac{7}{8}$ av 448 kr?
b) Hvor mye er $\frac{5}{7}$ av 672 kg?
c) Hvor mye er $\frac{12}{13}$ av 3380 m?
d) Hvor mye er $\frac{1}{250}$ av 2,5 m?

Oppgave 2.251

Regn ut uten digitalt hjelpemiddel.

Finn $\frac{2}{5}$ av

- a) 0,125 b) $\frac{5}{2}$
c) 0,0865 d) $\frac{15}{8}$

Oppgave 2.252

Alf, Berit og Kristian skal dele 24 000 kr.

Alf skal ha $\frac{1}{3}$, Berit $\frac{2}{5}$ og Kristian resten.

- a) Hvor stor del skal Kristian ha av de 24 000 kr?
b) Hvor mange kroner skal Kristian ha?

Oppgave 2.253

Jon, Ellen og Tora skal kjøre bil sammen til hytta. De skal dele på å kjøre den 320 km lange veien. Jon kjører 80 km, mens Ellen og Tora kjører like lange strekninger.

- a) Hvor stor del av veien kjører Jon?
b) Hvor stor del av veien kjører hver av de to andre?

BLANDEDE OPPGAVER

Oppgave 2.300

a) Regn ut og vis mellomregninger.

- 1) $3 + 2 \cdot 5 - 2(4 - 3)$
2) $3^2 + (4 - 2)^2$

b) Bruk regnereglene for brøk og regn ut.

- 1) $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} - \frac{1}{5}$ 2) $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{6}$

Oppgave 2.301

- a) 1 Tenk på et tall.
2 Gjør tallet tre ganger så stort.
3 Trekk fra 6 i svaret fra punkt 2.
4 Del det tallet du kommer fram til, på 3 og legg til 2.
Hvilket tall har du nå?
b) Prøv å forklare hvorfor det må være slik.

Oppgave 2.302

a) Trekk sammen.

- 1) $(-2)^2 \cdot (-3)^2 + 2^3$
2) $\frac{2}{7} + \frac{15}{7} - \frac{3}{7}$
3) $1 + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}$

b) Regn ut og skriv svaret så enkelt som mulig.

- 1) $\frac{12}{15} \cdot \frac{30}{8}$ 2) $\frac{3}{2} : \frac{9}{8}$

c) På en skidag kunne elevene ved en videregående skole velge mellom slalåm, aking og langrenn. $\frac{1}{3}$ av elevene valgte slalåm og $\frac{2}{5}$ aking.

- 1) Hvor stor del av elevene valgte enten slalåm eller aking?
2) Alle elevene ble med på en av de tre aktivitetene.
Hvor stor del av elevene valgte langrenn?
3) Det var 120 elever som valgte aking.
Hvor mange elever var med på skidagen?

Oppgave 2.303

Regn ut.

- a) $5 - 2 \cdot (3 - 5)$ b) $5^2 - 3 \cdot 2^3$
c) $\frac{1}{5} - \frac{3}{10} + \frac{1}{2}$ d) $\frac{9}{11} \cdot \frac{22}{27}$
e) $\frac{21}{5} : 7$

Oppgave 2.304

Du er ute og handler og vil raskt kontrollere hvor mye du skal betale. Bruk overslagsregning og finn omtrent hvor mye det blir.

- a) 29,90 kr + 12,90 kr + 20,20 kr + 19,60 kr + 9,80 kr
b) 30,20 kr + 9,90 kr + 29,50 kr + 40,60 kr + 11,80 kr + 18,00 kr
c) 8,80 kr + 11,40 kr + 18,50 kr + 32 kr + 4 · 9,90 kr + 3 · 14,90 kr

Oppgave 2.305

Du skal på bilferie og har sett at du må kjøre disse strekningene:

23,8 mil, 57,3 mil, 48,5 mil og 51,6 mil

- a) Gjør overslag og finn omtrent hvor langt du må kjøre.
b) Bilen bruker omtrent 0,75 liter bensin på en mil. Du regner med at prisen på en liter er omtrent 10 kr.
Gjør overslag og finn omtrent bensinutgiftene i bilferien.

Oppgave 2.306

Regn ut.

- a) $2 + 3 \cdot 5$ b) $2 + 4 : 2 - 4$
c) $2 \cdot 9 + 3(2^3 - 3^2)$ d) $\frac{1}{6} - 2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{5}{4}\right)$

Oppgave 2.307

- a) Trekk sammen.

1) $\frac{1}{4} - \frac{3}{4} + \frac{5}{4} - \frac{2}{4}$
2) $\frac{3}{5} - \frac{7}{10} + 1$

- b) Vis ved regning hvilke(t) uttrykk som gir svaret 2.

1) $(4 - 2) \cdot (1 - 2)$
2) $1 + (2 - 3) \cdot (1 - 2)$
3) $2^3 - 2^2$

- c) Regn ut.

1) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$ 2) $\frac{8}{5} : 2$

Oppgave 2.308

Regn ut.

a) $\frac{5}{6} \cdot \frac{36}{15}$ b) $\frac{4}{7} : 6$
c) $1 + \frac{5}{12} - \frac{7}{18}$ d) $\left(2 + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2}{5}$

Oppgave 2.309

Tre elever har utført et arbeid sammen. De skal dele inntekten av arbeidet etter hvor mye hver enkelt har gjort.

Den ene eleven har gjort $\frac{2}{5}$ av arbeidet, mens en annen elev har gjort $\frac{1}{3}$ av jobben. Hvor stor del av inntekten skal den tredje eleven ha?

Oppgave 2.310

Regn ut.

a) $\frac{56}{15} : \frac{64}{21}$ b) $\frac{15}{2} : \frac{5}{6}$
c) $\frac{1}{18} + \frac{1}{21} + \frac{5}{14} - \frac{2}{63}$
d) $\left(\frac{5}{12} + \frac{9}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{11}{16}\right)$

Oppgave 2.311

Regn uten eller med digitalt hjelpemiddel.

a) $-3^2 \cdot (2 - 3) - (-2) \cdot (3^2 - 2)$
b) $(4 - 3) \cdot 5^2 + (3 - 5) \cdot (-1)$
c) $(2^3 - 4) \cdot (3 - 2) \cdot (1 - 2)$
d) $(2 + 1) \cdot (1 - 3) + 2^4$

Oppgave 2.312

Petter blander olje i bensinen til mopeden sin. $\frac{1}{49}$ av blandingen skal være olje. Hvor mye olje og hvor mye bensin skal det være i en blanding på 7,35 liter?

Oppgave 2.313

Vi skal blande mel og sukker. Blandingens skal inneholde $\frac{3}{5}$ mel og resten sukker.

- a) Hvor mye mel og hvor mye sukker må vi bruke til en blanding på 1,5 kg?
b) Hvor mye mel og hvor mye sukker må vi bruke til 2,5 kg blanding?
c) Hvor mye sukker må vi bruke til 2,1 kg mel?

3 Formler og likninger



KATEGORI 1

3.1 Formler

Oppgave 3.110

La U være prisen i kroner uten merverdiavgift på en matvare, og la P være prisen med merverdiavgift. Hvis merverdiavgiften er 14 %, er

$$P = 1,14 \cdot U$$

- a) Finn prisen på varen med merverdiavgift når prisen uten merverdiavgift er 30 kr.
b) Finn prisen på varen med merverdiavgift når prisen uten merverdiavgift er 90 kr.

Oppgave 3.111

La s være strekningen i kilometer som du har kjørt med bil på t timer. Hvis du holder jevn fart på 60 km/h, er

$$s = 60 \cdot t$$

- a) Hvor langt kjører du på 2 timer?
b) Hvor langt kjører du på 3,5 timer?

Oppgave 3.112

Guri har et mobilabonnement der hun betaler fast 59 kroner i måneden og en minuttpris på 1,49 kr for samtaler. Dersom hun en måned bare bruker mobiltelefonen til samtaler, er utgiftene U i kroner for x minutter med samtale

$$U = 1,49x + 59$$

- a) Hvor store er utgiftene når hun en måned snakker i telefonen i 200 minutter?
b) Hvor store er utgiftene når hun en måned snakker i telefonen i 350 minutter?

Oppgave 3.113

Volumet V av en sylinder med radius r og høyde h er

$$V = \pi r^2 h$$

- a) Finn volumet i kubikkcentimeter når $r = 3,0$ cm og $h = 6,0$ cm.
b) Finn volumet i kubikkdesimeter når $r = 2,6$ dm og $h = 12,2$ dm.
c) Finn volumet i kubikkdesimeter når $r = 30$ cm og $h = 120$ cm.

Oppgave 3.114

En familie tar opp et lån på 650 000 kr. Etter t år er lånet redusert til U kroner, der

$$U = 650\,000 - 25\,000 \cdot t$$

- a) Hvor stort er lånet etter 5 år?
- b) Hvor stort er lånet etter 26 år?

Oppgave 3.115

Folkemengden i verden var i 2000 på 6,1 milliarder. Noen hevder at x år etter 2000 vil folkemengden i milliarder være

$$F = 6,1 + 0,1 \cdot x$$

- a) Finn folkemengden i verden i 2015.
- b) Finn folkemengden i verden i 2100.
- c) Gå inn på <http://www.ssb.no/befolkning/main.shtml> og finn ut hvordan modellen passer med folketallet i verden i år.

Oppgave 3.116

Dersom du kjører x kilometer med en drosje på dagtid, betaler du T kroner, der

$$T = 16x + 46$$

- a) Hva betaler du for en drosjetur på 3 km?
- b) Hva betaler du for en drosjetur på 1,6 mil?
- c) Finn hvor langt du kan kjøre for 430 kr.

Oppgave 3.117

- a) Morten har mobiltelefon. Han har et abonnement der han betaler 39 kr i fast månedspris og i tillegg 1,69 kr per minutt for samtaler. Finn en formel for utgiftene U i kroner når han ringer i x minutter per måned.
- b) Katrine har mobiltelefon. Hun har et abonnement der hun betaler 79 kr i fast månedspris og i tillegg 1,19 kr per minutt for samtaler. Finn en formel for utgiftene V i kroner når hun ringer i x minutter per måned.

- c) Hvilket av de to abonnementene i oppgave a og b er billigst når de en måned ringer i 2 timer hver?

3.2 Likninger

Oppgave 3.120

Løs likningene.

- a) $2x - 3 = 1$
- b) $x + 2 = 4 - x$
- c) $3 + 2x = 1$
- d) $5 - 2x = x - 4$

Oppgave 3.121

Løs likningene.

- a) $4 + 4x = 2x + 8$
- b) $5x - 6 = 4x - 5$
- c) $1 - x = x + 1$
- d) $3 - 3x = x - 5$

Oppgave 3.122

Løs likningene.

- a) $x + 2 - 2x = 3 - 2x$
- b) $4 - 5x = x - 14$
- c) $3x - 1 = 4x + 4$
- d) $2x + 2 - 3x = 0$

Oppgave 3.123

Løs likningene.

- a) $2 - 2x = 4x - 10$
- b) $3x - 8 = 4 + 2x - 6$
- c) $x + 2 - 2x = x + 4$

3.3 Praktisk bruk av likninger

Oppgave 3.130

Lene har et mobiltelefonabonnement. Hun betaler 89 øre per minutt for samtaler og 154 kr i fast månedlig avgift. Dersom hun ringer i x minutter i måneden, er utgiftene U i kroner per måned gitt ved

$$U = 154 + 0,89 \cdot x$$

Lene har ikke råd til å bruke mer enn 250 kr per måned på å ringe. Hvor lenge kan hun da høyst snakke i mobiltelefonen per måned?

Oppgave 3.131

Folkemengden i verden var i 2000 på 6,1 milliarder. Noen hevder at x år etter 2000 vil folkemengden i milliarder være

$$F = 6,1 + 0,1 \cdot x$$

- a) Finn ved regning når folkemengden er 7,6 milliarder.
- b) Finn ved regning når folkemengden er fordoblet i forhold til i 2000.

Oppgave 3.132

Inga tar av og til drosje på kveldstid. Prisen P i kroner for en drosjetur på x kilometer er da

$$P = 19,20x + 55$$

- a) Finn ved regning hvor lang drosjeturen er når prisen er 247 kr.
- b) Finn ved regning hvor lang drosjeturen er når prisen er 535 kr.

Oppgave 3.133

Ola drikker ofte en varm kopp te om morgenen. Når han drikker te, bruker han alltid varmt vann med temperaturen 88 °C. Ola lar teen stå til avkjøling, og etter t minutter er temperaturen i teen målt i celsiusgrader gitt ved

$$T = 88 - 2t$$

- a) Hva er temperaturen i teen etter 3,5 minutter?
- b) Ola liker best å drikke te med temperaturen 70 °C. Finn ved regning hvor lenge han da må vente før teen har den temperaturen han ønsker.
- c) En dag glemte han hele teen, og temperaturen sank til 52 °C. Finn ved regning hvor lang tid det hadde gått fra han helte på vannet.

Oppgave 3.134

Ved Lillevik trafikkskole er utgiftene U i kroner til førerkort for bil når eleven bruker x kjøretimer, gitt ved

$$U = 490x + 6500$$

- a) Ola var elev ved trafikkskolen, og utgiftene til førerkortet ble 20 710 kr. Finn ved regning hvor mange kjøretimer Ola hadde.
- b) Ida var også elev ved denne kjøreskolen, og utgiftene til førerkortet ble 15 810 kr. Finn ved regning hvor mange kjøretimer Ida hadde.



3.4 Omforming av formler

Oppgave 3.140

Vi har denne sammenhengen mellom strekningen s , farten v og tida t :

$$s = v \cdot t$$

- a) En bil kjører i 60 km/h i 1,5 timer. Hvor langt kommer bilen?
- b) Finn en formel for farten v .
- c) En bil kjører 125 km på 2,5 timer. Hva er gjennomsnittsfarten?
- d) Finn en formel for t .
- e) En bil kjører 105 km med gjennomsnittsfarten 70 km/h. Hvor lang tid bruker bilen?

Oppgave 3.141

La U være prisen i kroner uten merverdiavgift på en matvare, og la P være prisen med merverdiavgift. Hvis merverdiavgiften er 14 %, er

$$P = 1,14 \cdot U$$

- a) Finn en formel for U uttrykt ved P .
- b) En matvare koster 22,80 kr med mva. Hva koster varen uten mva.?
- c) En matvare koster 51,30 kr med mva. Hva koster varen uten mva.?

Oppgave 3.142

La U være prisen i kroner uten merverdiavgift på en vare, og la P være prisen med merverdiavgift. Hvis merverdiavgiften er 25 %, er

$$P = 1,25 \cdot U$$

- a) Finn en formel for U uttrykt ved P .
- b) En vare koster 45 kr med 25 % mva. Hva koster varen uten mva.?
- c) Vis at vi kan skrive formelen i oppgave a

$$U = \frac{4}{5} \cdot P$$

3.5 Rette linjer

Oppgave 3.150

Vi har gitt likningene for noen rette linjer. Fyll ut tabellene og tegn de rette linjene i hvert sitt koordinatsystem.

a) $y = x - 2$

x	0	2	4
y			

b) $y = 2x + 1$

x	0	1	3
y			

c) $y = 3x - 2$

x	0	2	4
y			

Oppgave 3.151

Lag tabell og tegn de rette linjene i det samme koordinatsystemet.

- a) $y = x + 1$
- b) $y = x - 5$
- c) $y = x - 2$
- d) $y = x + 4$

Hvordan går linjene i forhold til hverandre?

Oppgave 3.152

Lag tabell og tegn de rette linjene i det samme koordinatsystemet.

- a) $y = x$
- b) $y = 2x$
- c) $y = -x$
- d) $y = -2x$

Hvilket punkt går alle fire linjene gjennom?

Oppgave 3.153

Lag tabell og tegn de rette linjene i det samme koordinatsystemet når x er mellom -5 og 5.

- a) $y = 2x - 4$
- b) $y = x + 4$
- c) $y = -2x + 3$
- d) $y = -x + 2$

Oppgave 3.154

Dersom du kjører x kilometer med drosje, betaler du y kr, der

$$y = 16x + 46$$

a) Fyll ut tabellen.

x	0	15	30
y			

- b) Tegn den rette linja i et koordinatsystem når x er mellom 0 km og 30 km.
- c) Finn hvor mye du må betale for en drosjetur på 22 km.
- d) Finn grafisk hvor langt du kan kjøre for 440 kr.

Oppgave 3.155

Lars skal kjøre langt med bilen og fyller bensintanken helt opp. Etter x mil har han igjen y liter, der

$$y = 48 - 0,6x$$

a) Fyll ut tabellen.

x	0	40	80
y			

- b) Tegn den rette linja i et koordinatsystem når x er mellom 0 mil og 80 mil.
- c) Hvor mange liter bensin rommer tanken?
- d) Finn hvor mye som er igjen på tanken etter 30 mil.
- e) Finn hvor langt Lars har kjørt når det er 15 liter igjen på tanken.
- f) Hvor mange liter bensin bruker bilen til Lars på ei mil?



3.6 Rette linjer med digitale verktøy

Oppgave 3.160

Ei linje er gitt ved likningen

$$y = 5x + 2$$

Tegn linja digitalt når x er mellom 0 og 4 og y er mellom 0 og 25.

Oppgave 3.161

Ei linje er gitt ved likningen

$$y = -2x + 5$$

Tegn linja digitalt når x er mellom -5 og 5 og y er mellom -5 og 15.

Oppgave 3.162

a) Ei linje er gitt ved likningen

$$y = 0,5x + 1,5$$

Tegn linja digitalt når x er mellom -10 og 10 og y er mellom -4 og 7.

b) Ei linje er gitt ved likningen

$$y = 0,1x - 2,4$$

Tegn linja digitalt når x er mellom 0 og 48 og y er mellom -3 og 3.

Oppgave 3.163

Ei linje er gitt ved likningen

$$y = x - 6$$

a) Fyll ut tabellen.

x	-2	10
y		

b) Tegn linja digitalt. Tilpass det digitale vinduet til tabellen i oppgave a.

Oppgave 3.164

Ei linje er gitt ved likningen

$$y = 0,2x + 10$$

a) Fyll ut tabellen.

x	0	20
y		

b) Tegn linja digitalt. Tilpass det digitale vinduet til tabellen i oppgave a.

Oppgave 3.165

Ei linje er gitt ved likningen

$$y = -1,5x + 3$$

- a) Fyll ut tabellen.

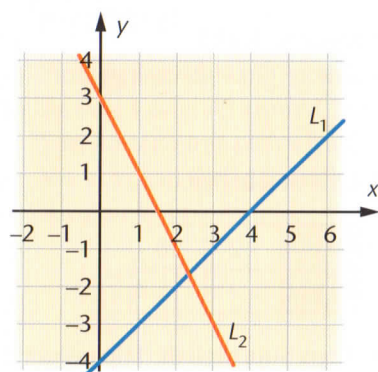
x	-5	5
y		

- b) Tegn linja digitalt. Tilpass det digitale vinduet til tabellen i oppgave a.

3.7 Konstantledd og stigningstall

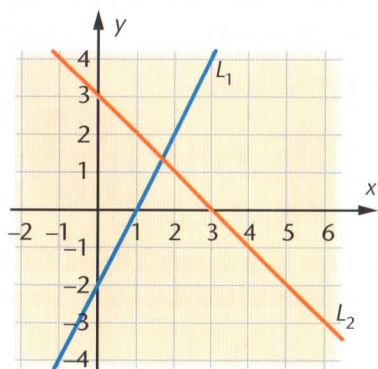
Oppgave 3.170

Finn likningene for de to linjene.



Oppgave 3.171

Finn likningene for de to linjene.



Oppgave 3.172

Ei rett linje går gjennom punktene (0, -2) og (2, 4).

- Tegn linja.
- Finn konstantleddet og stigningstallet til linja.
- Finn likningen for linja.

Oppgave 3.173

Ei rett linje går gjennom punktene (0, 4) og (2, 0).

- Tegn linja.
- Finn konstantleddet og stigningstallet til linja.
- Finn likningen for linja.

Oppgave 3.174

Bruk stigningstallet og konstantleddet til å tegne linja.

- $y = 2x - 6$
- $y = 3x - 6$

Oppgave 3.175

Bruk stigningstallet og konstantleddet til å tegne linja.

- $y = -2x + 4$
- $y = -x + 4$

Oppgave 3.176

Utnytt konstantleddet og stigningstallet til å tegne linjene i det samme koordinatsystemet.

- $y = 2x - 8$
- $y = -2x + 8$
- $y = x - 1$
- $y = -x + 1$

3.8 Grafisk avlesing

Oppgave 3.180

Ei linje er gitt ved likningen

$$y = 2x - 5$$

- Tegn den rette linja.
- Løs likningen

$$2x - 5 = 1$$

grafisk og ved regning.

Oppgave 3.181

Ei linje er gitt ved likningen

$$y = -2x + 7$$

- Tegn linja.
- Løs likningen

$$-2x + 7 = 3$$

grafisk.

- Løs likningen

$$-2x + 7 = 3$$

ved regning.

Oppgave 3.182

Ei linje er gitt ved likningen

$$y = -0,5x + 3,5$$

- Tegn den rette linja.
- Løs likningen

$$-0,5x + 3,5 = 2$$

grafisk.

- Løs likningen

$$-0,5x + 3,5 = 2$$

ved regning.

Oppgave 3.183

Hilde skal ta bilsertifikat. Med x kjøretimer er de totale utgiftene y i kroner gitt ved

$$y = 7500 + 450x$$

- Tegn den rette linja. La x ligge mellom 0 og 40 og y mellom 0 og 30 000.
- Finn av linja hvor mange kjøretimer Hilde hadde når utgiftene til sertifikatet var 21 000 kr.
- Kontroller svaret i oppgave b ved å løse likningen

$$7500 + 450x = 21\,000$$

ved regning.

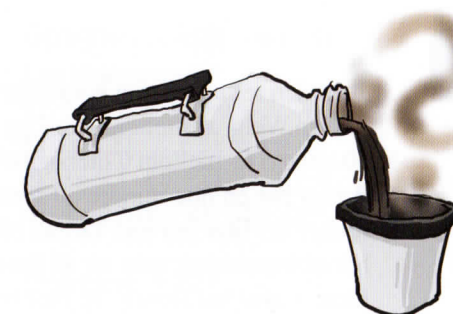
Oppgave 3.184

Vi fyller varm kaffe med temperaturen 88°C på ei termosflaske. Flaska holder godt på varmen, og temperaturen synker bare 2 grader per time. Etter x timer er temperaturen y i celsiusgrader

$$y = 88 - 2x$$

- Tegn den rette linja i et koordinatsystem. Velg x mellom 0 og 12 og y mellom 60 og 90.
- Finn grafisk hva temperaturen er etter 9 timer.
- Finn grafisk når temperaturen er 80°C .
- Kontroller svaret i oppgave c ved å løse likningen

$$88 - 2x = 80$$



Oppgave 3.185

Løs likningene digitalt.

- $2x - 5 = 3$
- $-x + 1 = -1$
- $3x - 1 = 5$
- $-2x + 2 = 4$

3.9 Grafisk løsning av likninger

Oppgave 3.190

Løs likningene grafisk og ved regning.

- $x + 1 = -x + 3$
- $2x - 1 = x + 2$
- $2x - 5 = -2x + 3$
- $3x - 3 = x + 3$

Oppgave 3.191

- a) Tegn linjene i det samme koordinatsystemet.
1) $y = 3x - 6$ 2) $y = -2x + 4$
b) Løs likningen

$$3x - 6 = -2x + 4$$

grafisk.

- c) Løs likningen

$$3x - 6 = -2x + 4$$

ved regning.

Oppgave 3.192

- a) Harry har en stor bil som bruker 1,2 liter bensin på mila. Bensintanken på denne bilen tar 60 liter. Etter x mil har Harry H liter bensin igjen på tanken, der

$$H = 60 - 1,2x$$

Tegn den rette linja i et koordinatsystem. Velg x mellom 0 mil og 50 mil og H mellom 0 liter og 60 liter.

- b) Ronny har en noe mindre bil som bruker 0,7 liter per mil. Denne bilen har en bensintank som tar 48 liter. Etter x mil har Ronny R liter bensin igjen på tanken, der

$$R = 48 - 0,7x$$

Tegn den rette linja i koordinatsystemet fra oppgave a.

- c) Les av x -koordinaten til skjæringspunktet mellom de to rette linjene fra oppgave a og b.
Hva forteller denne verdien når det gjelder bensinen på tankene til Harry og Ronny?
d) Kontroller svaret i oppgave c ved å løse likningen

$$60 - 1,2x = 48 - 0,7x$$

ved regning.

Oppgave 3.193

Hans har 25 000 kr og bruker 1100 kr hver måned. Grete har 13 000 kr og sparer i tillegg 400 kr hver måned.

- a) Tegn linjene

$$y = 25\,000 - 1100x$$

$$y = 13\,000 + 400x$$

i det samme koordinatsystemet. Velg x mellom 0 og 15 og y mellom 0 og 25 000.

- b) Les av x -verdien i skjæringspunktet. Hva forteller denne verdien når det gjelder pengene til Hans og Grete?
c) Kontroller svaret i oppgave b ved å løse ved regning likningen

$$25\,000 - 1100x = 13\,000 + 400x$$

KATEGORI 2

3.1 Formler

Oppgave 3.210

Tor har et mobiltelefonabonnement. Prisen P i kroner for en samtale på x minutter er gitt ved formelen

$$P = 1,29x + 0,69$$

- a) Hva koster en samtale som varer i 12 minutter?
b) Hva koster en samtale som varer en time?



Oppgave 3.211

Eva har et mobiltelefonabonnement som er slik at når hun en måned sender x tekstmeldinger og har y telefonsamtaler som til sammen varer i z minutter, så er telefonregningen R i kroner

$$R = 0,89x + 0,69y + 1,29z + 79$$

- a) En måned hadde Eva 54 tekstmeldinger og 42 samtaler som til sammen varte i 1 time og 32 minutter. Hva betalte Eva for abonnementet denne måneden?
b) En annen måned hadde Eva 72 tekstmeldinger og 62 samtaler som til sammen varte i 1 time og 56 minutter. Hva betalte Eva for abonnementet denne måneden?

Oppgave 3.212

Vi fyller varmt drikke på ei termosflaske. Termosflaske holder relativt godt på varmen, og etter x minutter er temperaturen T i celsiusgrader i termosflaske

$$T = 90 - 1,6x$$

- a) Hva er temperaturen i den varme drikken til å begynne med?
b) Hva er temperaturen i termosflaske etter 20 minutter?
c) Hva er temperaturen i termosflaske etter en halv time?

Oppgave 3.213

En bil har en bensintank på 48 liter. En familie skal ut på langtur med bilen. De fyller tanken helt full før kjøreturen begynner. Bilen bruker 0,60 liter per mil.

- a) Hvor mange liter bensin er det igjen etter 32 mil?
b) Finn et uttrykk for bensinmengden B på tanken etter x mil.

Oppgave 3.214

I denne oppgaven ser vi bort fra renter.

- a) Kjersti har spart 6000 kr og fortsetter å spare 600 kr hver måned.
1) Hvor mye har hun spart etter 9 måneder?
2) Finn en formel for beløpet S i kroner som hun har spart etter x måneder.
b) Frank har 16 800 kr og bruker 700 kr hver måned.
1) Hvor mye har han igjen etter 9 måneder?
2) Finn en formel for beløpet B i kroner som han har igjen etter x måneder.

3.2 Likninger

Oppgave 3.220

Løs likningene.

- a) $2x + 1 = 3(2 - x)$
b) $(x + 1) \cdot 2 + 3x + 6 = 4$
c) $2x - 3 \cdot (2 - x) = -2x - 6$
d) $4 - 5 \cdot (x - 2) - 2 + 2x = 0$

Oppgave 3.221

Løs likningene.

- a) $0,3x + 1,7x = 3,6 + 0,2x$
b) $1,5x - 0,2 = 1,3x + 0,6$
c) $0,6 - 2 \cdot (0,2x + 0,3) = 0,1x + 2,5$

Oppgave 3.222

Løs likningene.

- a) $\frac{2}{3}t - \frac{1}{2}(7 - t) = 0$
b) $2\left(\frac{1}{2} - t\right) - 2t = \frac{1}{3}$
c) $2\left(1 - \frac{4}{5}s\right) + s = \frac{7}{5}$
d) $3\left(1 + \frac{3}{4}x\right) + x = -\frac{1}{4}$

3.3 Praktisk bruk av likninger

Oppgave 3.230

Hvis du legger 2 til et tall og trekker fra 5, får du 3.

Sett opp en likning og finn tallet.

Oppgave 3.231

I et rektangel er den lengste siden 2 cm lengre enn den korteste. Omkretsen er 20 cm. Hvor lange er sidene?

Oppgave 3.232

Per veier 5 kg mer enn Hans og 20 kg mer enn Grete. Til sammen veier de 200 kg. Hvor mye veier hver av dem?

Oppgave 3.233

Bjørn begynner å lese en bok. Første dagen leser han $\frac{1}{8}$ av alle sidene i boka. Den neste dagen leser han dobbelt så mange sider som han leste den første dagen. Den tredje dagen leser han 25 sider, og da har han 110 sider igjen. Hvor mange sider er boka på?

3.4 Omforming av formler

Oppgave 3.240

Når vi skal veksle penger til en fremmed valuta, gjelder formelen

$$N = E \cdot U$$

der N er beløpet i norske kroner, E er enhetskursen, og U er beløpet i utenlandsk valuta. Med enhetskurs mener vi hvor mye det koster å kjøpe en enhet av den fremmede valutaen.

- a) Arne skal kjøpe 250 britiske pund til enhetskurs 10,43.
Hvor mye må Arne betale i norske kroner?

- b) Finn en formel for U uttrykt ved N og E .
c) Ellen vil kjøpe britiske pund for 36 505 kr.
Hvor mange pund får hun?

Oppgave 3.241

Arealet A av en trekant med grunnlinje g og høyde h er

$$A = \frac{gh}{2}$$

- a) Finn arealet av en trekant med grunnlinje 2,4 dm og høyde 3,0 dm.
b) Finn et uttrykk for grunnlinja g .
c) Høyden i en trekant er 18 cm og arealet 126 cm².
Finn grunnlinja i trekanten.

Oppgave 3.242

Ellen trenger å leie en bil noen dager. Det koster 1200 kr i faste utgifter og 8 kr per kjørte kilometer.

- a) Hva koster det Ellen å kjøre 120 km?
b) Finn en formel som viser kostnaden K i kroner for x kjørte kilometer.
c) Finn en formel for x uttrykt ved kostnaden K .
d) Hvor langt kan Ellen kjøre for 3600 kr?

Oppgave 3.243

Jeppe har drukket alkohol og har en promille på 1,8. Han regner med at promillen avtar med 0,15 per time.

- a) Hvor høy promille har Jeppe i kroppen etter 6 timer?
b) Finn en formel for promillen P som Jeppe har i kroppen etter x timer.
c) Finn en formel for x uttrykt ved P .
d) Hvor lang tid har det gått når promillen er 0,3?
e) Når er alkoholen helt ute av kroppen hans?

3.5 Rette linjer

Oppgave 3.250

Tegn linjene i det samme koordinat-systemet.

- a) $y = x - 2$ b) $y = -x$
c) $y = 3x - 4$

Hvilket punkt er felles for alle tre linjene?

Oppgave 3.251

Tegn linjene.

- a) $y = \frac{1}{2}x - 1$ b) $y = -\frac{3}{2}x + 2$
c) $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ d) $y = -\frac{2}{5}x + \frac{4}{5}$

Oppgave 3.252

Aud skal beise en vegg på 60 m².

Hun beiser i jevnt tempo og klarer i gjennomsnitt 0,3 m² hvert minutt.

- a) Hvor mange kvadratmeter har hun igjen etter en time?
b) Forklar at etter x minutter har hun igjen y kvadratmeter, der

$$y = 60 - 0,3x$$

- c) Tegn linja i oppgave b i et koordinat-system.
d) Hvor lang tid bruker Aud på å beise hele veggene?



3.6 Rette linjer med digitale verktøy

Oppgave 3.260

Tegn linjene digitalt.

- a) $y = 1,5x - 2$ b) $y = -3x + 2,5$
c) $y = 1,8x + 0,6$ d) $y = -\frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$

Oppgave 3.261

Frida har mobiltelefon. Hun betaler 30 kr per måned for abonnementet og 1,49 kr per minutt når hun ringer. Vi ser bort fra tekstmeldinger.

- a) Hvor mye må Frida betale hvis hun en måned ringer i 300 minutter?
b) Forklar at hvis hun en måned ringer i x minutter, betaler hun y kroner, der

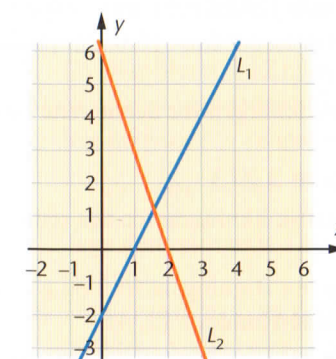
$$y = 1,49x + 30$$

- c) Tegn linja i oppgave b digitalt.
d) Hvor lenge kan hun ringe i en måned for 328 kr?

3.7 Konstantledd og stigningstall

Oppgave 3.270

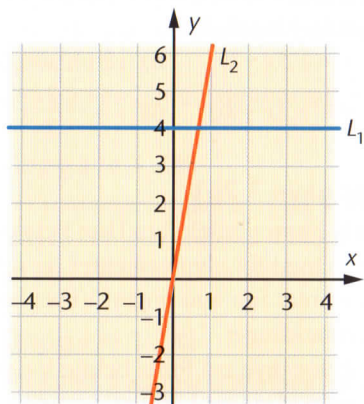
Vi har tegnet to rette linjer.



Finn likningene for linjene ved å lese av konstantleddet og stigningstallet.

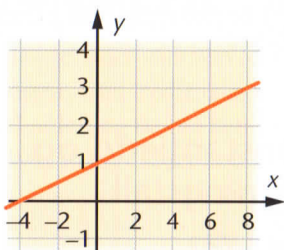
Oppgave 3.271

Finn likningene for linjene ved å lese av konstantleddet og stigningstallet.



Oppgave 3.272

- a) Finn likningen for den rette linja ved å lese av konstantleddet og stigningstallet.



- b) Ei annen rett linje har det samme konstantleddet som linja i oppgave a. Dessuten går linja gjennom punktet (4, 0).
Finn likningen for denne rette linja.

Oppgave 3.273

Finn grafisk likningen for den rette linja når

- a) linja har stigningstallet 3 og går gjennom punktet (2, 4)
b) linja har stigningstallet -2 og går gjennom punktet (-1, 3)
c) linja går gjennom punktene (1, 2) og (3, 3)

Oppgave 3.274

Utnytt konstantleddet og stigningstallet til å tegne linjene.

- a) $y = \frac{1}{2}x$ b) $y = -\frac{3}{2}x + 5$
c) $y = -\frac{1}{4}x + 4$ d) $y = -2$

3.8 Grafisk avlesing

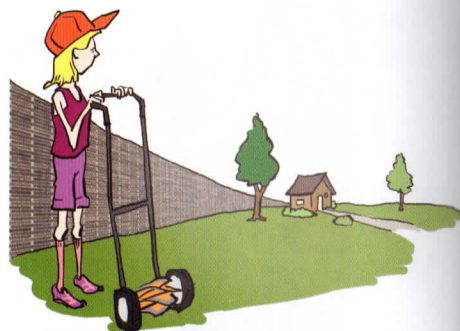
Oppgave 3.280

Anne skal klippe en gressplen på 1200 m². Hun klipper i jevnt tempo og klipper 15 m² per minutt.

- a) Hvor mye har hun igjen å klippe etter 20 minutter?
b) Etter x minutter har Anne igjen y kvadratmeter (m²), der
 $y = 1200 - 15x$

Hvor lang tid har Anne brukt når det er igjen 750 m²?

- c) Tegn linja i oppgave b i et koordinatsystem.
d) Finn grafisk hvor lang tid Anne har brukt når hun har igjen 300 m².
e) Finn grafisk hvor lang tid Anne bruker på hele jobben.
f) Kontroller svarene i oppgave d og e ved å løse likninger.



Oppgave 3.281

Løs likningene grafisk og ved regning.

- a) $\frac{1}{2}x + 1 = \frac{3}{2}$
b) $-x + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$
c) $x - 4 = 0$
d) $-\frac{3}{2}x + 4 = 1$

3.9 Grafisk løsning av likninger

Oppgave 3.290

Løs likningene grafisk.

- a) $\frac{2}{5}x + 2 = -\frac{3}{5}x + 4$
b) $-\frac{3}{2}x + 1 = \frac{1}{2}x - 5$

Oppgave 3.291

En bileier bruker sin egen bil i arbeidet. Dersom han bruker den x kilometer i løpet av året, er kostnaden K i kroner

$$K = 2,00x + 30\,000$$

Av arbeidsgiveren får han 5,00 kr per kilometer i bilgodtgjørelse. Dersom han kjører x kilometer, er bilgodtgjørelsen B i kroner gitt ved $B = 5,00x$.

- a) Framstill K og B grafisk i det samme koordinatsystemet. Velg x mellom 0 km og 25 000 km.
b) Finn grafisk hva kjørelengden er når bilkostnaden er lik bilgodtgjørelsen. Hvor store er kostnaden og godtgjørelsen da?

Oppgave 3.292

Løs likningene digitalt og ved regning.

- a) $0,25x - 2,7 = -0,10x + 0,8$
b) $\frac{2}{3}x - \frac{7}{3} = -\frac{1}{2}x$
c) $\frac{2}{5}x - \frac{5}{2} = x + \frac{1}{2}$

Oppgave 3.293

Et firma produserer og selger en vare. Den faste kostnaden per dag er 1000 kr. Hver enhet har en egenkostnad på 10 kr. Firmaet selger varen for 60 kr.

- a) Forklar at dersom firmaet produserer og selger x enheter av varen per dag, så er kostnaden K i kroner og inntekten I i kroner gitt ved

$$K = 10x + 1000$$

og

$$I = 60x$$

- b) Tegn linjer i det samme koordinatsystemet som viser kostnaden K og inntekten I når x er mellom 0 og 50 enheter.
c) Finn grafisk og ved regning hvor stor produksjonsmengden er når kostnaden er lik inntekten.
Hva er kostnaden og inntekten da?

BLANDEDE OPPGAVER

Oppgave 3.300

Et utleiebyrå tilbyr utleie av et fjernsyn og en DVD-spiller for 500 kr per måned. Etableringsgebyret er på 250 kr, og leveringskostnaden er 200 kr.

- a) Hva koster det å leie fjernsynet og DVD-spillere i 12 måneder?
b) Forklar at kostnaden i kroner ved å leie utstyret i x måneder er

$$y = 500x + 450$$

- c) Tegn den rette linja i et koordinatsystem.
d) Finn grafisk hva det koster å leie utstyret i 5 måneder.
e) Finn grafisk hvor mange måneder en leiesum på 5450 kr tilsvarer.

Oppgave 3.301

En familie skal ut på langtur med bilen. De fyller tanken helt full før kjøreturen begynner. Etter x mil er det igjen B liter bensin, der

$$B = 60 - 0,75x$$

- Hvor mange liter rommer bensintanken?
- Hvor mange liter bensin er det igjen etter 30 mil?
- Hvor mange mil kan de kjøre før de må fylle tanken igjen?

Oppgave 3.302

- Tegn den rette linja $y = 2x - 6$ i et koordinatsystem.
- 1) Bruk koordinatsystemet fra oppgave a og tegn ei rett linje som går gjennom punktene $(-1, 12)$ og $(3, 4)$.
2) Finn likningen for denne rette linja.
- Løs likningen
$$2x - 6 = -2x + 10$$
 - grafisk
 - ved regning
- Ei tredje linje er parallell med linja $y = 2x - 6$ og går gjennom punktet $(5, 0)$.
Finn likningen for denne rette linja.

Oppgave 3.303

I en klasse med 27 elever er gjennomsnittsalderen 16 år. Når vi legger til alderen på matematikklæreren, blir gjennomsnittet 17 år.
Hvor gammel er læreren?

Oppgave 3.304

Gunnar har en avtale med strømleverandøren om at han skal betale 250 kr fast hver måned pluss 0,32 kr for hver kilowatttime (kWh) han bruker.

- En måned brukte han 2300 kWh. Hvor mye betalte Gunnar for strømmen denne måneden?
- Finn en formel for utgiftene U i kroner til strøm når Gunnar bruker x kilowattimer i måneden.
- En annen måned brukte han 4167 kWh. Hvor mye betalte Gunnar for strømmen denne måneden?

Oppgave 3.305

Billettprisen i en klubb er normalt 80 kr. Hvis du går x ganger på ett år, betaler du B kroner, der

$$B = 80 \cdot x$$

- Tegn linja som viser hva du må betale ved x årlige besøk for x mellom 0 og 20.
- Et medlemskort i klubben for ett år koster 360 kr. Som medlem betaler du 60 kr for en billett.
- Forklar at de årlige utgiftene U i kroner ved x besøk blir

$$U = 60x + 360$$

- Tegn linja i oppgave b i det samme koordinatsystemet som du brukte i oppgave a.
- Hvor mange ganger må du minst gå i klubben for at det skal svare seg å være medlem? Løs problemet både grafisk og ved regning.

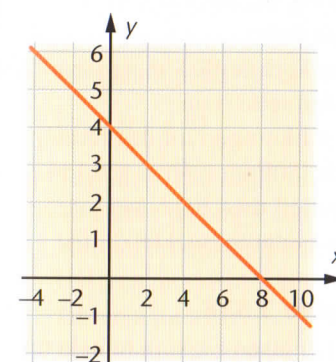
Oppgave 3.306

Løs likningene.

- $\frac{1}{2}x + \frac{1}{5}x = 7$
- $\frac{3}{2}x + 7 = \frac{1}{3}x$
- $\frac{1}{2}x - 2 = \frac{1}{4}x$
- $\frac{1}{3}x - \frac{5}{6} = \frac{1}{9}x$

Oppgave 3.307

Vi har tegnet ei rett linje.



- Finn likningen for den rette linja ved å lese av konstantleddet og stigningstallet.
- Ei annen rett linje er parallell med linja i oppgave a og går gjennom punktet $(2, 1)$.
Finn likningen for denne rette linja.

Oppgave 3.308

- Løs likningene.
 - $2 \cdot (x - 2) - (1 - x) = 7$
 - $\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}(1 - x) = \frac{17}{6}$
- En kuleformet vanndråpe har diameteren D . Etter t sekunder har fordampingen gjort at diameteren er d . Sammenhengen mellom D , d og t er gitt ved
$$d = D - 0,01 \cdot t$$
når D og d er målt i millimeter (mm).
 - Finn diameteren d når $D = 2,1$ mm og $t = 60$ s.
 - Finn en formel for t uttrykt ved de andre størrelsene.
 - Hvor lang tid tar det for vanndråpen å fordampe helt når $D = 2,1$ mm?

Oppgave 3.309

- Tegn digitalt de rette linjene

$$y = x - 1$$

og

$$y = -\frac{1}{2}x + 2$$

- Løs likningen

$$x - 1 = -\frac{1}{2}x + 2$$

- digitalt
 - ved regning
- Ei tredje linje er parallell med x -aksen. De tre linjene har et fellespunkt.
Finn likningen for denne rette linja.

Oppgave 3.310

Massetettheten T til et legeme med massen m og volumet V er gitt ved

$$T = \frac{m}{V}$$

- Finn en formel for volumet V .
- Gull har massetettheten $19,3 \text{ g/cm}^3$. En gullring har massen 25 g.
Finn volumet til ringen.

Oppgave 3.311

Løs likningene grafisk og ved regning.

- $\frac{1}{3}x + 2 = -\frac{1}{2}x + 2$
- $\frac{1}{4}x - 3 = x + 6$

Oppgave 3.312

Omkretsen O av et rektangel med lengde l og bredde b er gitt ved

$$O = 2l + 2b$$

- Finn omkretsen når lengden er 12 cm og bredden 8 cm.
- Finn bredden b uttrykt ved de andre størrelsene.
- Et rektangel har lengden 6,4 cm og omkretsen 22,4 cm.
Finn bredden til rektangelet.

Oppgave 3.313

Løs likningene.

- a) $2x + 2 - 3 \cdot (1 - x) = 5 - x$
- b) $\frac{1}{2}x + \frac{3}{2} = \frac{1}{6}(x - 3)$
- c) $\frac{1}{5}x - \frac{1}{5} - \frac{3}{10} + \frac{3}{10}x = 0$
- d) $\frac{2}{3}x - x + \frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \left(x - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{3}$

Oppgave 3.314

- a) Vi har gitt linja

$$y = \frac{2}{5}x - 2$$

Fyll ut tabellen.

x	0	5
y		

Tegn linja i et koordinatsystem.

- b) Løs likningen

$$\frac{2}{5}x - 2 = -\frac{3}{5}x + 2$$

- 1) grafisk
- 2) ved regning
- c) Vi parallellforskyver linja $y = \frac{2}{5}x - 2$ fem enheter i positiv y -retning. Finn likningen for denne nye linja.

Oppgave 3.315

- a) Eva er 4 år eldre enn Knut, mens Per er 3 år yngre enn Knut. Til sammen er de 34 år gamle. Hvor gamle er barna?
- b) Knut er 12 cm lavere enn Jens og 16 cm høyere enn Cecilie. Til sammen er de 5,30 m høye. Finn høyden til hver av dem.

Oppgave 3.316

I en forening ble et forslag vedtatt med en overvekt på 38 stemmer. I alt var det 216 personer som stemte. Hvor mange stemte for forslaget?

Oppgave 3.317

Ei rett linje går gjennom punktene $(-2, 1)$ og $(2, 3)$.

- a) Tegn linja.
- b) Finn konstantleddet og stigningstallet til den rette linja.
- c) Finn likningen for den rette linja.
- d) Finn likningen for ei rett linje som er parallell med linja ovenfor, og som går gjennom punktet $(3, 0)$.

Oppgave 3.318

- a) Differansen mellom to hele tall x og y er 3. Summen av tallene er 37. Finn x og y .
- b) Fire hele tall følger etter hverandre.
 - 1) Det første tallet er x . Skriv de tre neste tallene.
 - 2) Summen av de fire tallene er 58. Finn tallene.

Oppgave 3.319

Avgjør hvilke linjer som er parallelle, uten å tegne linjene.

- a) $y = x - 8$
- b) $y = \frac{1}{2}x - 1$
- c) $y = -x + 3$
- d) $y = 0,5x + 0,8$
- e) $y = x + \sqrt{2}$
- f) $y = \frac{x}{2} - \frac{7}{2}$

Oppgave 3.320

Petter fyrer med ved på hytta. En vinterkveld sluttet han å fyre ved midnatt. Temperaturen T i celsiusgrader t timer etter midnatt kan uttrykkes ved

$$T = 24 - 1,8t$$

- a) Finn temperaturen i stua
 - 1) kl. 02.00
 - 2) kl. 06.00
- b) Finn ved regning når temperaturen i stua var 15°C .
- c) Finn en formel for t uttrykt ved T . Bruk den formelen til å kontrollere svaret i oppgave b.

Oppgave 3.321

Temperaturen blir målt både i celsiusgrader ($^\circ\text{C}$) og fahrenheitgrader ($^\circ\text{F}$). Sammenhengen mellom celsiusgrader x og fahrenheitgrader y er gitt ved

$$y = 1,8x + 32$$

- a) Tegn den rette linja. La 1 cm svare til 10 grader på begge aksene.
- b) Normal kroppstemperatur er 37°C . Hvilken temperatur tilsvarer det i fahrenheitgrader?
- c) Finn temperaturen på den andre temperaturskalaen.

$$1) 0^\circ\text{C} \quad 2) 0^\circ\text{F} \quad 3) 100^\circ\text{C}$$

Oppgave 3.322

På Kvitfjell var snødybden S målt i centimeter x dager ut i april et år gitt ved $S = 160 - 4x$.

- a) Hva var snødybden 8. april?
- b) Finn ved regning når snødybden var 96 cm.
- c) Finn x uttrykt ved S .
- d) Når var snødybden 1,2 m?

Oppgave 3.323

Frida løper 60 m på 8,0 s, mens Jens bruker 9,0 s.

- a) Finn gjennomsnittsfarten i m/s (meter per sekund) til Frida og til Jens på 60 m.

For enkelhets skyld regner vi med at de begge løper 60 m med konstant fart. Hvis de løper sammen og vi lar Jens få et forsprang på 5 m, vil Frida ha løpt F meter og Jens ha løpt J meter etter t sekunder, der

$$F = \frac{15}{2}t$$

$$J = \frac{20}{3}t + 5$$

- b) Tegn linjene digitalt.
- c) Finn når Frida tar igjen Jens.

Oppgave 3.324

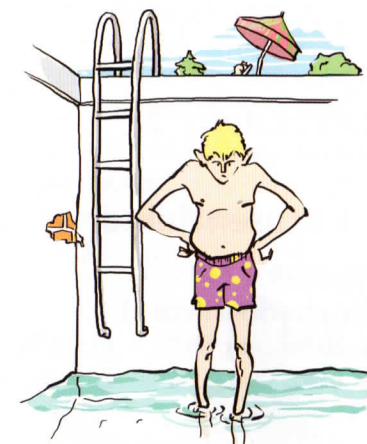
Pål tømmer et basseng for vann ved å åpne noen kraner. Bassenget inneholder 50 000 liter. Det renner ut 100 liter hvert minutt.

- a) Hvor mye vann er det igjen i bassenget etter 60 minutter?
- b) Forklar at etter x minutter er det igjen y liter, der

$$y = 50\,000 - 100x$$

Tegn linja digitalt.

- c) Hvor lang tid bruker Pål på å tømme hele bassenget?

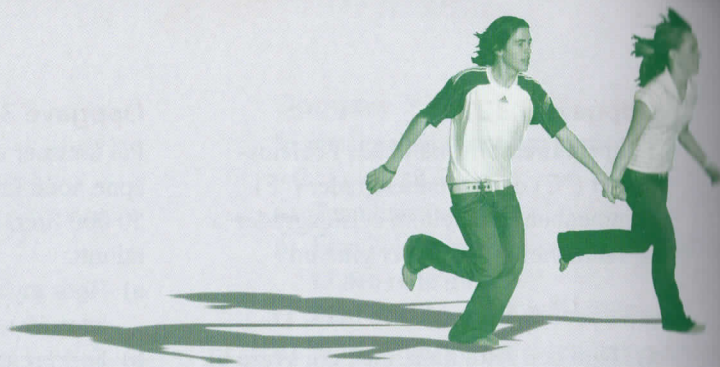


Oppgave 3.325

Under trening og i en konkurranse kan vi få svært høy puls. Den høyeste pulsen vi kan få, avtar med alderen. Vi regner med at det maksimale pulstallet P per minutt for en person som er x år, er gitt ved

$$P = 220 - x$$

- a) Framstill P grafisk. La x ligge mellom 20 år og 70 år.
- b) Hva er det maksimale pulstallet for en 25-åring?
- c) Finn grafisk hvor gammel en person er når den maksimale pulsen er 180 slag per minutt.



4 Forhold og prosent

KATEGORI 1

4.1 Prosentfaktor

Oppgave 4.110

Finn prosentfaktoren til

- a) 20 % b) 50 % c) 12 %
d) 1 % e) 5 % f) 9 %

Oppgave 4.111

Finn prosentfaktoren til

- a) 40 % b) 55 % c) 60 %
d) 72 % e) 77 % f) 99 %

Oppgave 4.112

Finn prosenten når prosentfaktoren er

- a) 0,23 b) 0,65
c) 0,08 d) 0,025

Oppgave 4.113

Finn prosenten når prosentfaktoren er

- a) 0,09 b) 0,01
c) 0,05 d) 0,082

4.2 Prosentregning

Oppgave 4.120

Finn

- a) 15 % av 240 b) 23 % av 400
c) 40 % av 500 d) 8 % av 175

Oppgave 4.121

- a) Ei jakke koster 450 kr. Så blir prisen satt opp 20 %.

Hvor mange kroner blir prisen på jakka satt opp med?

- b) En kjole koster 400 kr og blir satt ned 15 %.

Hvor mange kroner blir prisen på kjolen satt ned med?

Oppgave 4.122

Einar tjener 22 500 kr på en sommerjobb. Han må betale 28 % skatt.

Hvor mye skatt må Einar betale?

Oppgave 4.123

Gro får 120 kr timen på en jobb. Så får hun en lønnsøkning på 25 %.

Hvor mange kroner øker timelønna til Gro med?

Oppgave 4.124

- a) Martine setter 4000 kr i banken og får 112 kr i rente på ett år.

Hvor mange prosent rente svarer det til?

- b) Yngve kjøper et stereoanlegg som koster 5200 kr. Han får 780 kr i avslag.

Hvor mange prosent avslag får han?

Oppgave 4.125

- a) En feriereise koster 4250 kr. Prisen på denne reisen blir satt opp med 510 kr.

Hvor mange prosent går prisen opp?

- b) En flybillett koster 1850 kr. Prisen blir satt ned med 185 kr.

Hvor mange prosent går prisen ned?

Oppgave 4.126

- a) Kristine kjøper en mobiltelefon til 1500 kr. Hun får 20 % rabatt på denne prisen.

Hva betaler Kristine for mobiltelefonen?

- b) Petter kjøper en mobiltelefon til 1700 kr. Han får 255 kr i avslag på denne prisen.

Hvor mange prosent avslag får Petter?

4.3 Prosentvis økning

Oppgave 4.130

Finn vekstfaktoren når økningen er

- a) 25 % b) 60 % c) 4 %
d) 8 % e) 23 %

Oppgave 4.131

Finn vekstfaktoren når

- a) verdien øker med 6 %
b) verdien øker med 15 %
c) verdien øker med 3 %
d) verdien øker med 18 %

Oppgave 4.132

- a) Ei jakke koster 450 kr. Så blir prisen satt opp med 20 %.

Bruk vekstfaktoren og finn ut hva jakka koster etter at prisen ble satt opp.

- b) En kjole koster 400 kr. Så blir prisen satt opp med 15 %.

Hva koster kjolen etter at prisen ble satt opp? Bruk vekstfaktoren.

Oppgave 4.133

- a) Prisen på en enebolig var et år 3 millioner kroner. Året etter var prisen på den samme eneboligen 3,15 millioner kroner.

Finn vekstfaktoren.

- b) Et år ble det solgt 850 nye eneboliger i en kommune. Året etter ble det solgt 918 eneboliger i den samme kommunen.

Finn vekstfaktoren.



4.4 Prosentvis nedgang

Oppgave 4.140

Finn vekstfaktoren når den prosentvise nedgangen er

- a) 20 % b) 40 % c) 12 %
d) 5 % e) 2 %

Oppgave 4.141

Finn vekstfaktoren når den prosentvise nedgangen er

- a) 4 % b) 23 % c) 60 %
d) 88 % e) 99 %

Oppgave 4.142

I en butikk koster ei flaske brus 15,00 kr. Ei uke fikk du kjøpt denne flasken på tilbud. Prisen var da 30 % lavere.

- a) Finn vekstfaktoren.
b) Hva kostet denne brusen i tilbudsuka?

Oppgave 4.143

Et par sko koster 700 kr. Skoene blir solgt på salg med 35 % rabatt.

- a) Finn vekstfaktoren.
b) Hva koster skoene med rabatten?

Oppgave 4.144

En DVD-spiller koster 2400 kr. Ei uke blir prisen på spilleren satt ned 15 %.

- a) Finn vekstfaktoren.
b) Hva koster DVD-spilleren denne uka?

Oppgave 4.145

Et fjernsynsapparat koster 8000 kr. På salg får du kjøpt apparatet til 6400 kr.

- a) Regn ut $\frac{6400 \text{ kr}}{8000 \text{ kr}}$.
b) Hvor mange prosent ble prisen på fjernsynsapparatet redusert med på salget?



Oppgave 4.146

Ei jakke koster 1250 kr. Du kjøper jakken for 1100 kr.

- a) Regn ut $\frac{1100 \text{ kr}}{1250 \text{ kr}}$.
b) Hvor mange prosent fikk du i avslag på jakken?

Oppgave 4.147

Ei veske koster 690 kr. Du kjøper vesken for 490 kr.

- a) Regn ut $\frac{490 \text{ kr}}{690 \text{ kr}}$.
b) Hvor mange prosent fikk du i avslag på vesken?

4.5 Prosentpoeng

Oppgave 4.150

- a) På en meningsmåling økte oppslutningen om partiet Høyre fra 18,5 % til 20,5 %.
Hvor mange prosentpoeng økte oppslutningen om Høyre med?
b) Noe seinere gikk oppslutningen om Høyre ned med 0,8 prosentpoeng.
Hvor mange prosent var oppslutningen om Høyre da?

Oppgave 4.151

I 2007 fikk 20 % av elevene på Vg1 på Utheia videregående skole 5 eller bedre i matematikk. I 2008 steg dette tallet til 24 %.

- a) Hvor mange prosentpoeng var økningen på?

Antallet elever på Vg1 på Utheia videregående skole var 130 både i 2007 og i 2008.

- b) Hvor mange elever fikk 5 eller bedre i 2008?
c) Hvor mange elever fikk 5 eller bedre i 2007?

Oppgave 4.152

- a) På en meningsmåling gikk oppslutningen om partiet Venstre ned fra 6,0 % til 5,1 %.

Hvor mange prosentpoeng sank oppslutningen om Venstre med?

- b) Noe seinere gikk oppslutningen om Venstre opp med 1,2 prosentpoeng.
Hvor mange prosent var oppslutningen om Venstre da?

Oppgave 4.153

På en videregående skole røykte 35 % av elevene for 5 år siden. I dag er dette tallet sunket til 21 %.

- a) Hvor mange prosentpoeng er nedgangen på?

Både for 5 år siden og i dag er det 540 elever på denne skolen.

- b) Hvor mange elever røykte for fem år siden?
c) Hvor mange elever røyker i dag?

4.6 Forholdet mellom tall

Oppgave 4.160

I en klasse er det 18 jenter og 12 gutter. Finn forholdet mellom tallet på jenter og tallet på gutter i klassen.

Oppgave 4.161

I en sirkel er diameteren 12 cm og omkretsen 37,7 cm.

- a) Finn forholdet mellom omkretsen og diameteren.
b) Kunne du ha funnet dette tallet uten å regne?

Oppgave 4.162

Til en saus bruker du 3,2 dl vann og 2,4 dl melk.

Hva er forholdet mellom vann og melk i sausen?

Oppgave 4.163

Du sover 8 timer et bestemt døgn. Hva er da forholdet mellom antallet timer du sover, og antallet timer du er våken?



Oppgave 4.164

Vi blander 60 dl vann med 18 dl saft. Hva er da forholdet mellom volumene av vann og saft?

Oppgave 4.165

I en klasse er forholdet mellom gutter og jenter 8 : 7. Det er 14 jenter i klassen.

- a) Fyll ut tabellen.

	Elever	Deler
Gutter	x	
Jenter		7

- b) Hvor mange gutter er det i klassen?

Oppgave 4.166

I en forretning selger de to typer gulost: Solveig-ost og Trine-ost. Ei uke var forholdet mellom tallet på solgte Solveig-oster og tallet på solgte Trine-oster 8 : 5. Tallet på solgte Trine-oster var 75.

- a) Fyll ut tabellen.

	Solgte oster	Deler
Solveig-ost	x	8
Trine-ost		

- b) Hvor mange Solveig-oster solgte de?

4.7 Proporsjonale størrelser

Oppgave 4.170

Svein leser 15 sider i en bok hver dag.

- Hvor mange sider har han lest etter 12 dager?
- Hvor mange sider har han lest etter x dager?
- Boka er på 225 sider.
Hvor mange dager bruker han på å lese boka?

Oppgave 4.171

- Du kjører bil med jevn fart.
Er strekningen du kjører og tida du bruker, proporsjonale størrelser?
- Du går på ski opp og ned noen bratte bakker.
Er den strekningen du tilbakelegger på ski, proporsjonal med tida?

Oppgave 4.172

Tabellen viser prisen y i kroner for noen ulike lengder på x meter av et gardinstoff.

x (m)	1,20	1,60	1,80	2,00
y (kr)	150	200	225	250
$\frac{y}{x}$				

- Fyll ut tabellen og forklar at pris og lengde er proporsjonale størrelser.
- Hva er proporsjonalitetskonstanten?
Hva forteller den oss?

Oppgave 4.173

Petter maler en murvegg på 25 m². Tabellen viser hvor mye maling y , målt i liter, han bruker på x kvadratmeter av veggen.

x (m ²)	5	10	15	25
y (liter)	2	4	6	10
$\frac{y}{x}$				

- Fyll ut tabellen og forklar at y og x er proporsjonale størrelser.
- Hva er proporsjonalitetskonstanten?
Hva forteller den oss?

Oppgave 4.174

Alle prisene i en forretning har gått opp med en fast prosent. Tabellen viser gammel pris x i kroner og ny pris y i kroner for noen varer.

x (kr)	125	150	175	225
y (kr)	135	162	189	243
$\frac{y}{x}$				

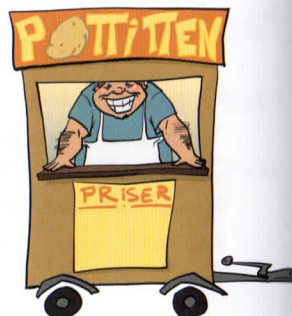
- Fyll ut tabellen.
- Forklar at y og x er proporsjonale størrelser.
- Hva er proporsjonalitetskonstanten?
Kjenner du et annet navn på denne konstanten?
- Hvor mange prosent har prisene gått opp?

Oppgave 4.175

I en forretning kan du få kjøpt poteter i poser med ulik vekt. Tabellen viser vekten x i kilogram og prisen y i kroner for noen potetposer.

x (kg)	1,5	2,5	5	10
y (kr)	9	14	25	45
$\frac{y}{x}$				

- Fyll ut tabellen.
- Er y proporsjonal med x ?



4.8 Omvendt proporsjonale størrelser

Oppgave 4.180

Tabellen nedenfor gir sammenhengen mellom to størrelser x og y .

x	12	15	18	22	26
y	200	160	140	120	110
$y \cdot x$					

- Fyll ut tabellen.
- Er y og x omvendt proporsjonale størrelser?

Oppgave 4.181

Utgiftene til en klassefest skal deles likt på deltakerne. Tabellen viser en sammenheng mellom utgiftene y i kroner per elev og antallet elever x som er med på festen.

x	18	20	25	30
y (kr)	200	180	144	120
$y \cdot x$				

- Fyll ut tabellen.
- Forklar hvorfor y og x er omvendt proporsjonale størrelser.
- Hva er proporsjonalitetskonstanten?
Hva er denne konstanten uttrykk for her?



Oppgave 4.182

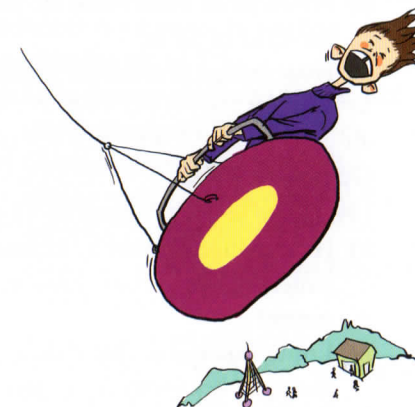
Stine er i en fornøylespark. Det koster 180 kr å komme inn. Da kan hun være med på så mange aktiviteter som hun ønsker. Dersom hun deltar i 8 aktiviteter, er kostnaden per aktivitet

$$\frac{180 \text{ kr}}{8} = 22,50 \text{ kr}$$

Tabellen skal vise kostnaden y per aktivitet når hun deltar i x aktiviteter.

x	5	8	10	12
y (kr)		22,50		

- Fyll ut tabellen.
- Forklar hvorfor y og x er omvendt proporsjonale størrelser.
- Hva er proporsjonalitetskonstanten her?



KATEGORI 2

4.1 Prosentfaktor

Oppgave 4.210

Finn prosentfaktoren til

- 20 %
- 50 %
- 12 %
- 8 %
- 5,5 %
- 2,8 %

Oppgave 4.211

Finn prosenten når prosentfaktoren er

- a) 0,235 b) 0,048 c) 0,782
d) 0,005 e) 1,50 f) 2,05

4.2 Prosentregning

Oppgave 4.220

En vare koster normalt 420 kr.

Bruk prosentfaktoren og finn prisendringen når

- a) prisen øker med 7,5 %
b) prisen går ned med 6,2 %

Oppgave 4.221

- a) Prisen på en vare gikk opp fra 87 kr til 94 kr.

Hvor mange prosent ble prisen satt opp?

- b) Prisen på en annen vare ble satt ned fra 45 kr til 38 kr.

Hvor mange prosent ble prisen satt ned?

Oppgave 4.222

I en klasse er det 17 jenter og 13 gutter.

- a) Hvor mange prosent av klassen er jenter, og hvor mange prosent er gutter?
b) Litt ut i skoleåret slutter tre av jentene, mens det begynner en ny gutt. Hvordan er prosentfordelingen mellom jenter og gutter i klassen nå?

Oppgave 4.223

En vare koster 1250 kr. Prisen på varen blir satt ned to ganger i løpet av kort tid, først med 10 % og seinere med 20 %.

- a) Hvor mange kroner har prisen på varen gått ned i alt etter disse to prisendringene?
b) Hvor mange prosent har varen gått ned i alt etter disse to prisendringene?

4.3 Prosentvis økning

Oppgave 4.230

- a) Da Kari var 12 år, var hun 1,51 m høy. Det neste året økte høyden hennes med 6 %.

Bruk vekstfaktoren og finn hvor høy Kari var da hun var 13 år.

- b) Da Ola var 12 år, veide han 46 kg. Det neste året økte vekten hans med 12 %. Hva veide Ola da han var 13 år?



Oppgave 4.231

- a) En sykkel kostet i fjor 2349 kr. I år har prisen på sykkelen steget 6 %.

Hva koster sykkelen i år?

- b) Et par slalåmski kostet i fjor 1690 kr. I år har prisen på slalåmskiene steget 4,5 %.

Hva koster slalåmskiene i år?

Oppgave 4.232

I 2006 tjente Marit 380 000 kr. I 2007 steg lønna hennes 5 %, og i 2008 steg den 6 % til.

- a) Hva fikk Marit i lønn i 2008?
b) Hvor mange prosent har lønna hennes steget i alt på disse to årene?

Oppgave 4.233

- a) Ivar kjøper en aksje og selger den for 385 kr. Det er 10 % mer enn han gav for aksjen.

Hva var kjøpeprisen på aksjen?

- b) Gro kjøper en myntsamling. Noe seinere selger hun den for 4500 kr. Det er 25 % mer enn det Gro gav for den. Hvor mye betalte Gro for myntsamlingen?

4.4 Prosentvis nedgang

Oppgave 4.240

Finn vekstfaktoren når den prosentvise nedgangen er

- a) 18 % b) 8 % c) 2,5 %
d) 1,2 % e) 0,5 % f) 12,7 %

Oppgave 4.241

- a) Et fjernsynsapparat kostet 4600 kr. På salg er prisen satt ned 15 %.

Hva koster fjernsynet på salg?

- b) En DVD-spiller kostet 2400 kr. På salg er prisen satt ned 17 %.

Hva koster DVD-spilleren på salg?

Oppgave 4.242

- a) Ola veide i fjor 91 kg. I dag veier han 6 % mindre.

Bruk vekstfaktoren og finn hvor mye Ola veier i dag.

- b) Unni hadde i fjor en hvilepuls på 72 slag i minuttet. Hun har trent mye og har i år en hvilepuls som er 12 % lavere.

Hvor mange slag i minuttet er hvilepuls til Unni på i år?

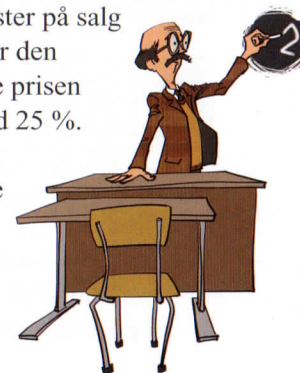
Oppgave 4.243

- a) Ei skjorte koster på salg 210 kr. Da er den opprinnelige prisen redusert med 30 %.

Hva var den opprinnelige prisen på skjorta?

- b) En bluse koster på salg 195 kr. Da er den opprinnelige prisen redusert med 25 %.

Hva var den opprinnelige prisen på blusen?



4.5 Prosentpoeng

Oppgave 4.250

- a) 1) Oppslutningen om Kristelig Folkeparti økte en måned fra 12,3 % til 13,2 %.

Hvor mange prosentpoeng var økningen på?

- 2) Hvor mange prosent var økningen på?

- b) 1) En måling viser at oppslutningen om Sosialistisk Venstreparti (SV) har sunket med 1,7 prosentpoeng til 14,9 %.

Hvor mange prosent oppslutning hadde SV før målingen?

- 2) Hvor mange prosent er nedgangen på?

Oppgave 4.251

Ved stortingsvalget i 2005 stemte 2,6325 millioner nordmenn. Høyre fikk en oppslutning på 14,1 %.

- a) Hvor mange stemte på Høyre ved stortingsvalget i 2005?
b) Oppslutningen om Høyre gikk tilbake med 7,1 prosentpoeng fra stortingsvalget i 2001. Hva var oppslutningen om Høyre ved valget i 2001?
c) Hvor mange prosent gikk oppslutningen om Høyre ned fra 2001 til 2005? Gå ut fra at det var like mange som stemte i de to valgene.

Oppgave 4.252

En skole har 650 elever. På torsdag er 30 elever fraværende og på fredag 45.

- a) Hvor mange prosentpoeng økte fraværet med fra torsdag til fredag?
b) Hvor mange prosent økte fraværet med fra torsdag til fredag?

4.6 Forholdet mellom tall

Oppgave 4.260

I en klasse er det 16 gutter og 12 jenter.

- Hva er forholdet mellom antallet gutter og antallet jenter i klassen?
- Litt ut i året slutter 2 gutter, og 4 nye jenter begynner i klassen. Hva er nå forholdet mellom antallet gutter og antallet jenter?

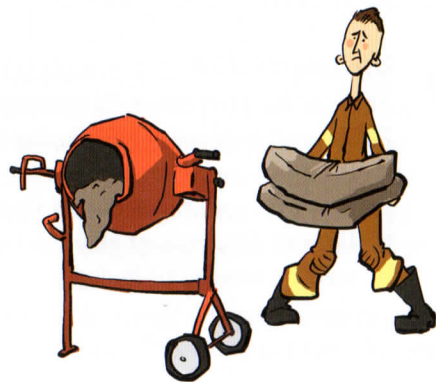
Oppgave 4.261

- På en arbeidsplass er forholdet mellom menn og kvinner 5 : 3. Hvor mange kvinner er det på arbeidsplassen når det er 110 menn?
- Blant funksjonærene på arbeidsplassen er forholdet mellom menn og kvinner 3 : 2. Hvor mange menn er det blant funksjonærene når det er 6 kvinnelige funksjonærer?

Oppgave 4.262

I en betongblanding skal forholdet mellom sement og vann være 1 : 3.

- Hvor mye vann må vi bruke til 12 l sement?
- Hvor mye sement trenger vi til 18 l vann?
- Hvor mye vann og hvor mye sement trenger vi for å lage en blanding på 60 liter?



Oppgave 4.263

Du skal blande saft og vann i forholdet 4 : 9.

- Hvor mye vann trenger du til 1,2 liter saft?
- Hvor mye saft trenger du til 0,9 liter vann?
- Hvor mye saft og hvor mye vann trenger du til en blanding på 2,6 l?

Oppgave 4.264

Vi skal blande to kjemikalier A og B i forholdet 7 : 4. Hele blandingen skal være på 16,5 ml.

Hvor mange milliliter av A og hvor mange milliliter av B må vi bruke?

Oppgave 4.265

Frida skal pusse opp rommet sitt. Hun har et spann som rommer 3,5 l. Det spannet skal hun fylle med en lyseblå maling. Den skal inneholde $\frac{1}{7}$ blå og $\frac{6}{7}$ hvit maling.

Hvor mye blå og hvor mye hvit maling må Frida bruke?

4.7 Proporsjonale størrelser

Oppgave 4.270

En kjøpmann så seg nødt til å sette opp prisen på en rekke varer. Tabellen viser noen av de gamle vareprisene x og de tilsvarende nye vareprisene y .

x (kr)	7,50	12,50	15,00	20,00	37,50
y (kr)	8,40	14,00	16,80	22,40	42,00

- Vis at y og x er proporsjonale størrelser.
- Finn proporsjonalitetskonstanten.
- Hvor mange prosent hadde kjøpmannen satt opp prisene med?

Oppgave 4.271

Ved et salg i en forretning ble en rekke varer satt ned med en fast prosent.

Tabellen viser noen samsvarende verdier av de gamle prisene x og de nye prisene y i kroner.

x (kr)	80	200	280	400
y (kr)	68	170	238	340

- Vis at y og x er proporsjonale størrelser.
- Finn y uttrykt ved x .
- Hvor mange prosent er varene satt ned?

Oppgave 4.272

Ivar har kjøpt en pakke middagsris. På pakken står denne sammenhengen mellom rismengden y i desiliter og tallet x på porsjoner:

x (porsjoner)	2	4	6	8
y (dl)	$1\frac{1}{3}$	$2\frac{2}{3}$	4	$5\frac{1}{3}$

- Vis at y og x er proporsjonale størrelser.
- Hvor mye ris må Ivar bruke til 9 porsjoner?
- Hvor mange porsjoner ris kan Ivar lage av 4,7 dl ris?

Oppgave 4.273

I en veitrafikkbok finner vi denne sammenhengen mellom farten v til en bil og bremselengden S :

S (m)	11	25	54	87
v (m/s)	10	15	22	28

- Finn ut om S og v er proporsjonale størrelser.
- Utvid tabellen slik at du kan regne ut v^2 .

- Undersøk om S er proporsjonal med v^2 . Finn eventuelt S uttrykt ved v^2 .
- Hva forteller det siste resultatet om sammenhengen mellom bremselengden og farten?
- Hva blir bremselengden når farten er 90 km/h?

4.8 Omvendt proporsjonale størrelser

Oppgave 4.280

Tabellen viser sammenhengen mellom to størrelser x og y .

x	5	20	40	50
y	32	8	4	3,2

- Vis at y og x er omvendt proporsjonale størrelser.
- Hva er proporsjonalitetskonstanten?
- Skriv y uttrykt ved x .

Oppgave 4.281

Mørningsprosessen for kjøtt er avhengig av temperaturen. Tabellen viser sammenhengen mellom antall døgn d før kjøttet er mørnet, og romtemperaturen t målt i celsiusgrader.

t (°C)	4	5	8	10	16
d (døgn)	10	8	5	4	2,5

- Vis at d og t er omvendt proporsjonale størrelser.
- Finn en formel for antall døgn d uttrykt ved temperaturen t .
- Hvor lenge tar det før kjøttet er mørnet når romtemperaturen er 12 °C?

BLANDEDE OPPGAVER

Oppgave 4.300

I en brosjyre finner vi denne tabellen over samsvarende skonommer i Norge og USA:

Norge	36	37	38	39	40	41
USA	6	$6\frac{1}{2}$	7	$8\frac{1}{2}$	9	$9\frac{1}{2}$

Er skonomrene i USA og Norge proporsjonale størrelser?

Oppgave 4.301

Ola og Gunnhild skal dele ei tomt på 4200 m². Ola skal ha $\frac{3}{7}$ av arealet og Gunnhild resten.

- Hvor mange kvadratmeter skal hver av dem ha?
- Verdien av hele tomten er 1,4 millioner kroner. Etter ett år har denne verdien steget 8 %.
Bruk vekstfaktoren og finn verdien av tomten etter ett år.
- 1) Ola og Gunnhild velger å selge tomten etter ett år. De selger den for 1,45 millioner kroner.
Hvor mange prosent under verdien av tomten er dette?
- 2) De deler pengene etter hvor stor del hver av dem eier av tomten.
Hvor mye skal hver av dem ha?



Oppgave 4.302

- Tom og Petter skal dele 35 000 kr. Tom skal ha 14 000 kr og Petter resten.
 - Hvor stor del av pengene skal Tom ha?
 - Hvor mange prosent av pengene skal Petter ha?
- Tom setter sine penger i banken. Etter ett år har pengene økt med 420 kr. Hvor mange prosent har pengene til Tom økt med?
- Petter kjøper en ny sofa til 6500 kr. Han får rabatt og betaler 5200 kr. Hvor mange prosent rabatt får Petter?

Oppgave 4.303

- En vare koster 25 kr. Prisen på varen blir så satt opp til 28 kr. Hvor mange prosent steg prisen?
- En annen vare koster 670 kr. Prisen på varen blir så satt opp til 804 kr. Hvor mange prosent steg prisen?

Oppgave 4.304

- 1) Et par joggesko koster ordinært 499 kr. Anne kjøper et par og får 15 % avslag.
Hvor mye betaler hun for joggeskoene?
- 2) Noe seinere betaler Odd 399 kr for samme type joggesko.
Hvor mange prosent avslag får Odd på den ordinære prisen?
- Ola og Ida kjøper hver sin lommespiller. Ola betaler 260 kr for sin, og Ida betaler 325 kr for sin.
Hvor mange prosent mer betalte Ida enn Ola?
- Berit kjøper en joggedress på salg. Hun får 225 kr i avslag på den ordinære prisen. Det svarer til 30 % avslag.
Hvor mye betaler Berit for joggedressen?

Oppgave 4.305

En avis har disse prisene på annonseformat:

Format	Pris (kr)
35 × 85 mm	600
70 × 85 mm	1200
105 × 85 mm	1800
105 × 105 mm	2224
105 × 170 mm	3600

- Undersøk om annonseprisen p er proporsjonal med arealet A av annonsen.
- Finn p uttrykt ved A .
- En kunde ønsker en annonse på 140 × 40 mm.
Hva koster den?

Oppgave 4.306

Vi har sammenliknet kaffeprisen i de tre butikkene Arma, Bimi og Centro. En pose $\frac{1}{4}$ kg gullkaffe koster 12,90 kr hos Arma. Hos Bimi er prisen 16,90 kr.

- Hvor mange prosent dyrere er kaffen hos Bimi enn hos Arma?

Hos Centro er prisen på den samme kaffen 12,4 % høyere enn hos Arma.

- Hvor mange prosent billigere er kaffen hos Centro enn hos Bimi?
- På en bensinstasjon kan du også få kjøpt gullkaffe i $\frac{1}{4}$ kg poser. En dag satte de opp prisen med 2,50 kr. Det svarte til en prisøkning på 12,5 %.
Hva kostet $\frac{1}{4}$ kg gullkaffe på bensinstasjonen før og etter prisøkningen?

Oppgave 4.307

- Finn prosentfaktoren til
 - 77 %
 - 250 %
- Finn prosenten når prosentfaktoren er
 - 0,02
 - 2,02

Oppgave 4.308

- En dress som koster 2900 kr, blir satt ned 12 %.
Bruk vekstfaktoren og finn hva dressen koster etter at prisen er satt ned.
- En kjole som koster 1800 kr, blir satt ned 16 %.
Finn hva kjolen koster etter at prisen er satt ned.

Oppgave 4.309

Randi har tenkt å kjøpe seg et nytt snøbrett. Hun får tre ulike tilbud på det snøbrettet hun ønsker seg.

- Forretningen Sporten kan gi henne 18 % rabatt på utsalgsprisen, som er 3800 kr.
- På en sportsmesse kan hun få kjøpt brettet med en rabatt på 23 %. Prisen uten rabatt er 3899 kr.
- Gjennom idrettsklubben Aktiv kan hun få kjøpt brettet med et avslag på 22 %. Det svarer til en rabatt på 902 kr på den opprinnelige prisen.
Finn ut hvor Randi bør kjøpe snøbrettet.

Oppgave 4.310

- Jan kjøper et nytt spisebord som kostet 2600 kr. Han får 390 kr i avslag.
Hvor mange prosent avslag får han?
- Jan kjøper også fire stoler til bordet. Han får et avslag på 408 kr til sammen på stolene. Det svarer til 15 % rabatt.
Hva koster en stol uten avslag?

Oppgave 4.311

- Knut får 25 % avslag i prisen på en sag. Det svarer til 22 kr.
Hva betaler Knut for saga?
- Du får 25 % avslag i prisen på en hammer. Det svarer til 26 kr.
Hvor mye koster hammeren uten avslaget?

Oppgave 4.312

Undersøk om y er proporsjonal eller omvendt proporsjonal med x , og finn eventuelt proporsjonalitetskonstanten når sammenhengen er gitt ved tabellene.

a)

x	3	10	15	20
y	6	1,8	1,2	0,9

b)

x	40	60	90	130
y	10	15	22,5	32,5

c)

$x \cdot y$	1,33	1,32	1,34	1,33
-------------	------	------	------	------

Oppgave 4.313

En arbeidsplass har 2400 ansatte. I september var i gjennomsnitt 3,75 % av de ansatte fraværende per dag. Måneden før var dette tallet 1,25 prosentpoeng lavere.

- Hvor mange var i gjennomsnitt fraværende per dag i september?
- Hvor mange var i gjennomsnitt fraværende per dag i august?
- Hvor mange prosent økte fraværet med fra august til september?

Oppgave 4.314

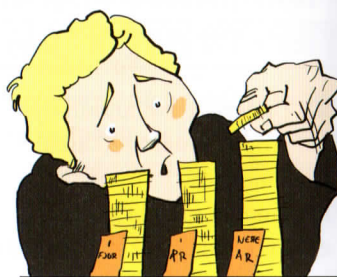
På Utheia videregående skole er det 660 elever. $\frac{4}{11}$ av elevene går på Vg1.

- Hvor mange elever er det på Vg1?
- I september var elevfraværet på skolen i gjennomsnitt 5,0 % per dag. Hvor mange elever var i gjennomsnitt fraværende per dag i september?
- I oktober var 27 elever i gjennomsnitt fraværende per dag. Hvor mange prosent av elevene var i gjennomsnitt fraværende per dag i oktober?
- Hvor mange prosentpoeng gikk elevfraværet ned fra september til oktober?
- Hvor mange prosent sank elevfraværet fra september til oktober?

Oppgave 4.315

I fjor leide Petter en hybel til 4000 kr per måned. I år er leien satt opp til 4300 kr per måned.

- Hva er vekstfaktoren?
- Han får vite at leien neste år kommer til å stige ytterligere 9,3 %. Hva må Petter betale i leie for hybelen neste år?



Oppgave 4.316

- Tabellen viser noen av resultatene ved stortingsvalget i september 2005. Fyll ut de tomme rutene i tabellen.

Parti	Stemmer i millioner	Andel av stemmene i prosent
DNA	0,862	
FrP	0,581	22,0
H		14,1
SV	0,232	8,8
KrF	0,179	6,8
SP	0,171	6,5
V	0,156	5,9
Andre		
Sum	2,636	

- Bare 77,0 % av dem som hadde stemmerett, stemte ved dette valget. Hvor mange var det som hadde stemmerett?

Oppgave 4.317

Det bor 12 670 personer i Utheia. Ved et kommunevalg hadde 9050 av personene stemmerett.

- Hvor stor del av de bosatte i Utheia hadde stemmerett ved kommunevalget?
- Hvor mange prosent av de bosatte hadde stemmerett?
- Rett før valget ble det gjennomført en Gallup i kommunen. Galluppen viste at oppslutningen om Arbeiderpartiet (DNA) gikk ned fra 22,3 % til 20,9 %. Tilsvarende tall for partiet Høyre (H) var en økning fra 12,8 % til 14,3 %.
 - Hvor mange prosentpoeng gikk DNA tilbake?
 - Hvor mange prosentpoeng gikk Høyre fram?
- Ved valget var frammøteprosenten i Utheia 78,4 %. Hvor mange av innbyggerne deltok i valget?
- DNA fikk ved valget en oppslutning i kommunen på 21,8 %. Det var en nedgang på 3,2 prosentpoeng fra forrige kommunevalg. Hvor mange prosent gikk Arbeiderpartiet ned? Vi forutsetter at like mange stemte ved kommunevalget forrige gang.

Oppgave 4.318

På et stort fat ligger det frukt. Det er i alt 30 frukter. $\frac{1}{3}$ av fruktene er epler, $\frac{2}{5}$ appelsiner, resten er bananer.

- Hvor mange av hver fruktsort ligger det på fatet?
- Ola tar vekk ett eple og tre appelsiner og legger en ny banan på fatet. Hvor stor brøkdel er det nå av hver av de tre fruktsortene på fatet?
- Neste dag ligger det 20 frukter på fatet. 35 % av fruktene er epler, 45 % er appelsiner, og resten er bananer. Hvor mange av hver fruktsort ligger på fatet?

Oppgave 4.319

- Nedenfor ser du utdrag fra en doseringstabell for et legemiddel for barn. Tabellen viser medisinnmengden y som et barn kan få for noen verdier av vekten x til barnet.

x (kg)	5	10	15	20
y (ml)	2	4	6	8

Undersøk om du kan finne noen sammenheng mellom størrelsene y og x i tabellen.

- Petter bor et stykke unna skolen. Han kan enten kjøre moped, sykle eller gå til skolen. Vi regner med at Petter holder jevn fart hele veien enten han går, sykler eller kjører moped. Tabellen viser farten v målt i meter per minutt og tida t målt i minutter i noen tilfeller:

v (m/min)	400	300	200	96
t (min)	6	8	12	25

- Kan du finne noen sammenheng mellom størrelsene v og t ?
- Hvor langt unna skolen bor Petter?

Oppgave 4.320

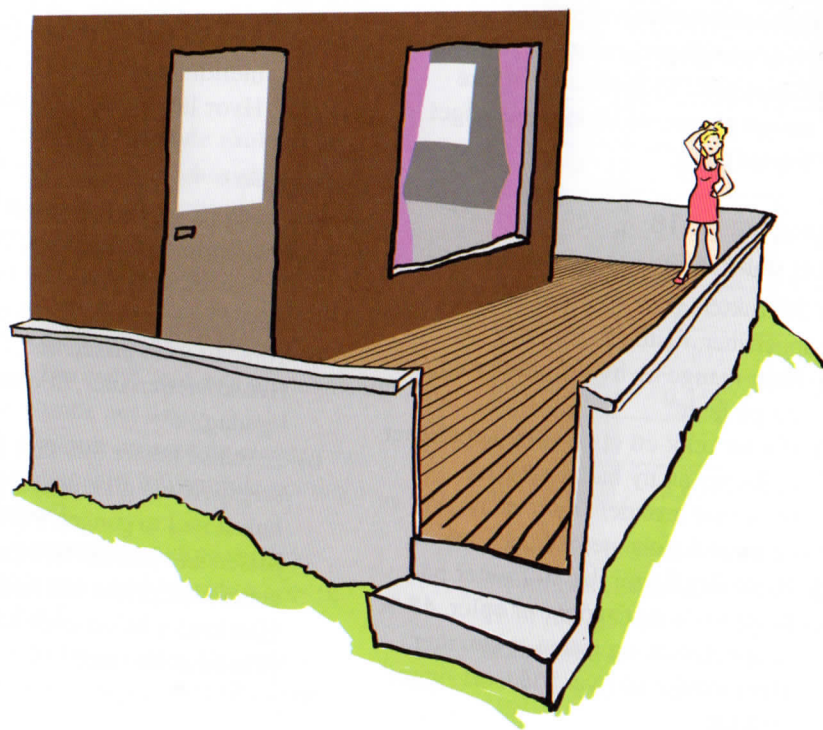
- Prisen på en liter 95 oktan bensin var i begynnelsen av uka 13,27 kr. I løpet av uka endret prisen seg to ganger. Tirsdag var prisen 5,5 % lavere. Torsdag gikk prisen ned 2,8 % til. Hva kostet en liter 95 oktan bensin på torsdag?
- Ei bukse koster 390 kr. I løpet av en salgsperiode gikk prisen på denne buksa ned to ganger. Første gang ble prisen satt ned 20 %. Noen dager senere ble prisen satt ned 25 % til. Hva kostet buksa etter begge prisreduksjonene?

Oppgave 4.321

a) Gunnhild skal beise den store uteterrassen sin og håper å få med seg noen venner til hjelp. Hun regner med at to personer kan gjøre jobben ferdig på 60 minutter, mens tre personer kan greie den på 40 minutter.

- 1) Hvor lang tid vil fem personer bruke på denne jobben?
- 2) Hvilken sammenheng mener du det er mellom tallet på personer som deltar i arbeidet, og den tida det tar å gjøre jobben ferdig – er den proporsjonal eller omvendt proporsjonal?
- b) Gunnhild skal kjøpe beis og får disse opplysningene av en fargehandler:

3 l oljedekk dekker 21 m² og koster 250 kr.
6 l oljedekk dekker 42 m² og koster 450 kr.
10 l oljedekk dekker 70 m² og koster 680 kr.



Vi innfører tre variabler x , y og z , der z er prisen i kroner for et spann beis, y er antallet kvadratmeter dette spannet dekker, og x er antallet liter beis i spannet.

Gunnhild vil sette opp denne tabellen

x (liter)	3	6	10
y (m ²)	21	42	70
z (kr)	250	450	680
$\frac{y}{x}$			
$\frac{z}{x}$			

- 1) Fyll ut tabellen.
- 2) Er mengden beis og arealet den dekker, proporsjonale størrelser?
- 3) Er mengden beis og prisen på beisen proporsjonale størrelser?

Oppgave 4.322

En forretning setter opp prisene sine med en fast prosent. Tabellen viser prisen x før prisstigningen for noen varer og den tilhørende prisen y etter prisstigningen. Alle prisene er uten merverdiavgift.

x (kr)	25	50	75	100	125
y (kr)	27	54	81	108	135

- a) Vis at y er proporsjonal med x .
- b) Finn proporsjonalitetskonstanten. Hva gir den uttrykk for her?
- c) Hvor mange prosent ble varene satt opp?
- d) Alle de nye prisene y skal i tillegg ha 14 % merverdiavgift. Utvid tabellen og finn prisene med merverdiavgiften. Rund av svarene til nærmeste 50-øre.

Oppgave 4.323

Et større arbeid skal utføres. Tabellen viser hvor lang tid y , målt i timer, som x personer vil bruke på arbeidet for noen verdier av x .

x	3	5	8	12
y (timer)	20	12	7,5	5

- a) Vis at y og x er omvendt proporsjonale størrelser.
- b) Hvor lang tid ville én person bruke på hele arbeidet?
- c) Hvor mange timer vil 15 personer bruke på arbeidet?
- d) Finn y uttrykt ved x .

Oppgave 4.324

- a) Rolf har en ettermiddagsjobb der han tjener 125 kr per time. Neste måned får Rolf 14 % lønnsøkning. Hva blir timelønna til Rolf da?
- b) Jannike arbeider normalt 15 timer per uke i en butikk. Eksamen nærmer seg, og Jannike reduserer antallet arbeidstimer med 40 %. Hvor mange timer per uke arbeider Jannike nå?
- c) Lise jobber av og til i en skoforretning. I år får hun 108 kr per time, og det er 20 % mer enn hun fikk per time i fjor. Hvor mye fikk hun per time i fjor?
- d) Grete jobber i butikk noen dager i uka og tjener 8800 kr i måneden. Hun blir trukket 2560 kr i skatt. Hvor mange prosent er skattetrekket?



Oppgave 5.114

Kartet på side 335 har målestokken

1 : 100 000.

Finn avstanden i luftlinje mellom Kolvelægret og Skaupa på Hardangervidda.

Oppgave 5.115

På side 335 ser du et turkart over en del av Hardangervidda. Kartet er i målestokken 1 : 100 000.

- Finn Heinseter og Skaupa på kartet.
- Gjør målinger og finn omtrent hvor langt det er mellom Heinseter og Skaupa.
- Pål går på ski mellom disse to stedene og bruker $1\frac{1}{2}$ time (= 90 min).
Hvor mange minutter bruker han da i gjennomsnitt på en kilometer?

Oppgave 5.116

På side 336 ser du et turkart over en del av Nordmarka ved Oslo. Kartet er i målestokken 1 : 50 000.

- Hvor lang strekning svarer 1 cm på dette kartet til?
- Finn Tryvannsstua og Ullevålseter på kartet. Hvor langt er det i luftlinje mellom disse to stedene?
- Det går en turvei mellom disse stedene over Skjennungsåsen. Omtrent hvor lang er denne veien
1) på kartet 2) i terrenget

Oppgave 5.117

På side 336 ser du et turkart over en del av Nordmarka ved Oslo. Kartet er i målestokken 1 : 50 000.

- Finn Ullevålseter og Kikutstua på kartet. Hvor langt er det i luftlinje mellom disse to stedene?
- Det går en sykkelrute fra Ullevålseter via Bjørnholt til Kikut. Finn omtrent hvor lang denne sykkelruten er i virkeligheten.

Oppgave 5.118

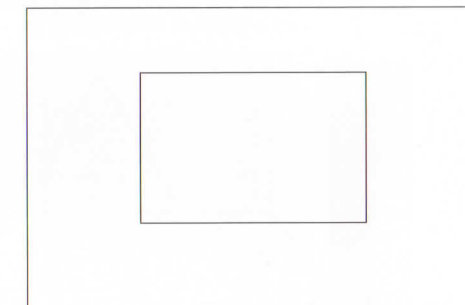
Et kart har målestokken 1 : 20 000.

- Hvor mange meter i terrenget svarer 1 cm på kartet til?
- Hvor mange kilometer i terrenget svarer 5 cm på kartet til?
- Avstanden mellom to steder er 4 km i luftlinje.
Hvor lang er avstanden mellom disse to stedene på kartet?

5.2 Perspektiv

Oppgave 5.120

På figuren nedenfor har vi tegnet et lite rektangel inne i et noe større rektangel. Det lille rektangelet er bakveggen i et rom som skal tegnes i perspektiv med ett forsvinningspunkt.

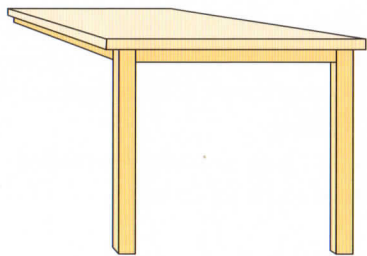


Bruk blyant og viskelær til denne oppgaven.

- Gjør målinger og tegn av figuren så nøyaktig som mulig.
- Finn forsvinningspunktet.
- Tegn inn rammene til et maleri på hver sidevegg.
- Tegn et bord i riktig perspektiv.
- Visk ut alle hjelpestreker.

Oppgave 5.121

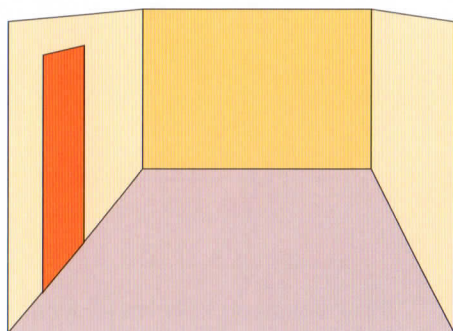
Et bord er delvis tegnet i perspektiv med ett forsvinningspunkt.



- Ta kopi av figuren på arket ditt og finn forsvinningspunktet.
- Tegn de to manglende bordbeina i perspektiv.
- Visk ut hjelpelinjer.

Oppgave 5.122

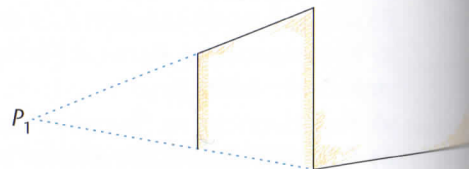
Nedenfor ser du et rom som er tegnet i perspektiv med ett forsvinningspunkt.



- Tegn av rommet og finn forsvinningspunktet.
- På venstre side skal det være et vindu og på høyre side et bilde på veggen. Tegn inn både vinduet og bildet i perspektiv.
- Tegn inn et par møbler i perspektiv etter eget ønske.
- Visk ut hjelpelinjer.

Oppgave 5.123

Nedenfor har vi begynt å tegne et hus i perspektiv med to forsvinningspunkter. De tykke linjene er en del av omrisset av huset. Det ene forsvinningspunktet P_1 er tegnet inn.

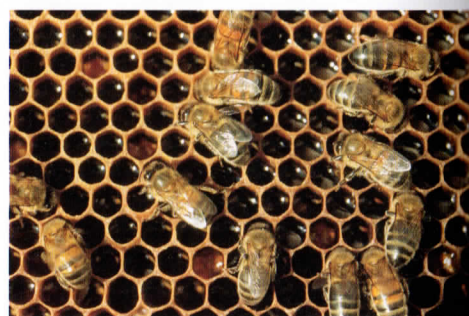


- Tegn av figuren.
- Finn det andre forsvinningspunktet.
- Tegn horisontlinja som én stiplet linje.
- Fullfør tegningen når den ene veggen skal ha et vindu og den andre ei dør og et vindu.

5.3 Regulære mangekanter

Oppgave 5.130

På bildet ser du et utsnitt av en bikube.



Hva slags form har tverrsnittet av cellene?
Gi en grunn til at cellene har fått denne formen.

Oppgave 5.131

Bildet nedenfor forestiller steinsalt. Midt på bildet ser du en stor og gjennomskinnelig krystall. Sideflatene på denne krystallen er alle regulære mangekanter av én type.

- Hvilken type mangekant utgjør sideflatene i krystallen?
- Hvor mange sideflater har en fullkommen krystall av steinsalt?



Oppgave 5.132

I en regulær (likesidet) trekant er sidekanten 6 cm lang.

- Tegn trekanten.
- Finn høyden i trekanten ved å bruke pytagorassetningen.

Oppgave 5.133

I en regulær firkant (et kvadrat) er sidekanten 8 cm lang.

- Tegn firkanten.
- Bruk pytagorassetningen og finn lengden av diagonalene i firkanten.

5.4 Flislegging med regulære mangekanter

Oppgave 5.140

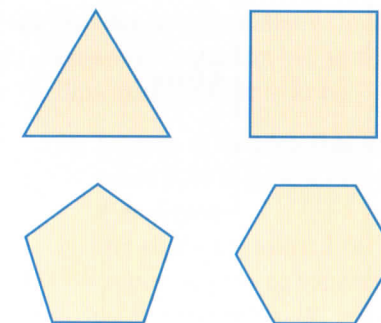
Vinkelen v mellom to sidekanter i en regulær n -kant er gitt ved formelen

$$v = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$$

- Finn vinkelen v mellom to sidekanter i en
 - 36-kant
 - 360-kant
 - 3600-kant
- Bruk formelen til å begrunne at vinkelen mellom to sidekanter alltid er mindre enn 180° .

Oppgave 5.141

Petter vil flislegge badet. Han vil bruke regulære mangekanter. Nedenfor ser du fire regulære mangekanter.



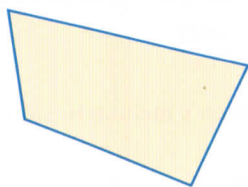
Hvilke av mangekantene kan han flislegge badet med hvis han vil bruke bare én type? Begrunn svaret.



5.5 Fliser som ikke er regulære

Oppgave 5.150

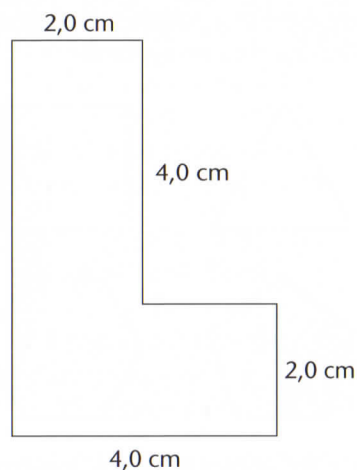
Vi har tegnet en ikke-regulær firkant.



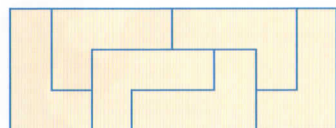
Tegn av denne firkanten åtte-ti ganger og klipp firkantene ut. Undersøk om det går an å legge firkantene slik at de dekker hele planet.

Oppgave 5.151

a) Tegn en L med samme mål som her.



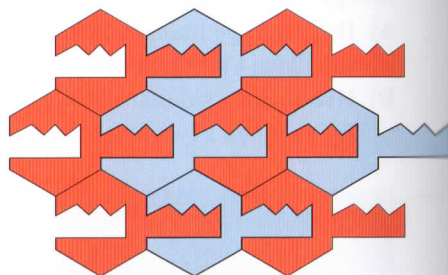
- b) Klipp den ut og kopier L-en slik at du har 8–10 kopier.
c) Lag et mønster slik som figuren viser.



- d) Finn andre måter å legge L-ene på slik at de kan dekke en flate.

Oppgave 5.152

På figuren nedenfor ser du et mønster som er satt sammen av blå og røde fliser. Hver av flisene på figuren er lagd av en regulær mangekant.



- a) Hvilken regulær mangekant er brukt som grunnlag for disse flisene?
b) Lag mange slike regulære mangekanter. Klipp dem ut. Lag et mønster som på figuren.

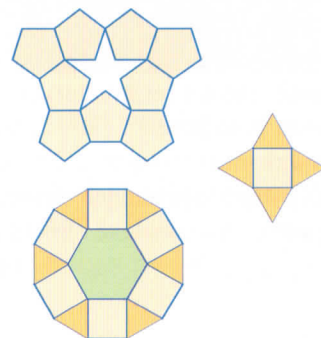
5.6 Flislegging med ulike fliser

Oppgave 5.160

Finn ut om vi kan sette sammen to regulære åttekanter med en annen regulær mangekant til et mønster som kan dekke planet.

Oppgave 5.161

Gi en beskrivelse av mønstrene nedenfor. Ser du noen likhet i mønstrene?



KATEGORI 2

5.1 Målestokk

Oppgave 5.210

På et turkart i målestokken 1 : 50 000 er avstanden fra A til B 12 cm.

- a) Hvor langt er det fra A til B på et kart i målestokken 1 : 30 000?
b) På et annet kart over det samme området er avstanden fra A til B 30 cm. Hvilken målestokk er brukt på det kartet?

Oppgave 5.211

På side 335 ser du et turkart over en del av Hardangervidda. Kartet er i målestokken 1 : 100 000. Du går på turveien fra Rauhellern via Skaupa til Heinseter.

- a) Du starter på turen kl. 10.30. Når kan du regne med å være framme hvis du legger inn en hvilepause på 1 time på turen? Du finner nødvendig informasjon på kartet.
b) Hvor lang er turen?

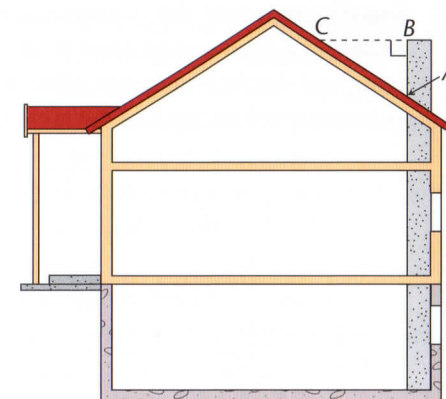
Oppgave 5.212

På side 336 ser du et turkart over en del av Nordmarka ved Oslo. Kartet er i målestokken 1 : 50 000.

- a) Finn Kobberhaughytta og Kikutstua på kartet. Hvor langt er det i luftlinje mellom disse to hyttene?
b) Det går en sykkelsti fra Kobberhaughytta til Kikut. Finn omtrent hvor lang denne stien er.
c) Kari sykler fra Kobberhaughytta til Kikut med gjennomsnittsfarten 13 km/h. Hvor lang tid bruker hun på turen?

Oppgave 5.213

Figuren viser en snittegning av et hus med målestokken 1 : 170.



- a) Bruk linjal og finn hvor bred hver etasje er (indre mål).
b) Hvor høyt er det under taket i de to nederste etasjene?
c) Hvor høyt er det på det høyeste under taket i den øverste etasjen?
d) Høyden av pipa måler vi loddrett oppover fra punktet A, se figuren. Pipa skal oppfylle to krav:
1) Toppen B av pipa skal ligge minst 0,80 m høyere enn punktet A ved pipa.
2) Det skal være minst 3,00 m fra toppen av pipa og vannrett inn til taket (avstanden BC på figuren).

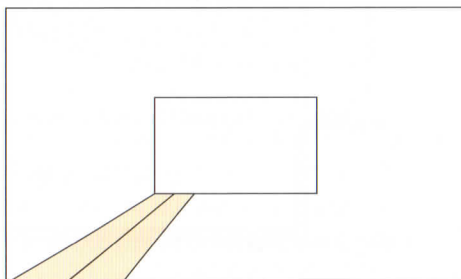
Undersøk ved måling om pipa tilfredsstiller disse to kravene.



5.2 Perspektiv

Oppgave 5.220

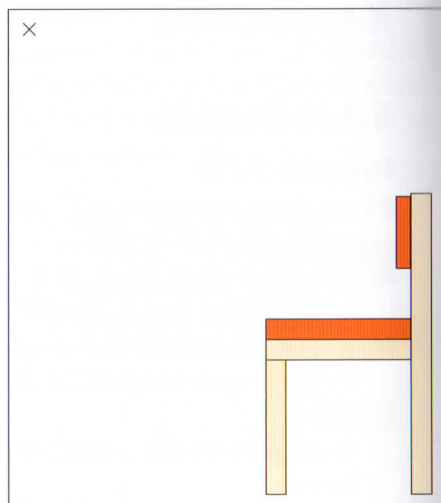
Vi skal tegne et rom i perspektiv med ett forsvinningspunkt slik figuren nedenfor viser. Tegningen er avgrenset av et rektangel der forsvinningspunktet er i skjæringspunktet mellom diagonalene.



- Tegn det ytre rektangelet med lengden 10 cm og bredden 6 cm. Tegn diagonalene.
- Tegn et indre rektangel i rektangelet fra oppgave a. Det er bakveggen i rommet. Det indre rektangelet skal ha lengden 3,5 cm og bredden 2,1 cm.
- Tegningen viser 2 av i alt 8 parallelle golvbord. Tegn inn alle golvbordene i perspektiv.
- Den venstre veggen skal ha ei dør og den høyre veggen et vindu. Tegn inn døra og vinduet i perspektiv.
- Tegn et bord i perspektiv på den høyre veggen.
- Visk ut alle hjelpelinjer.

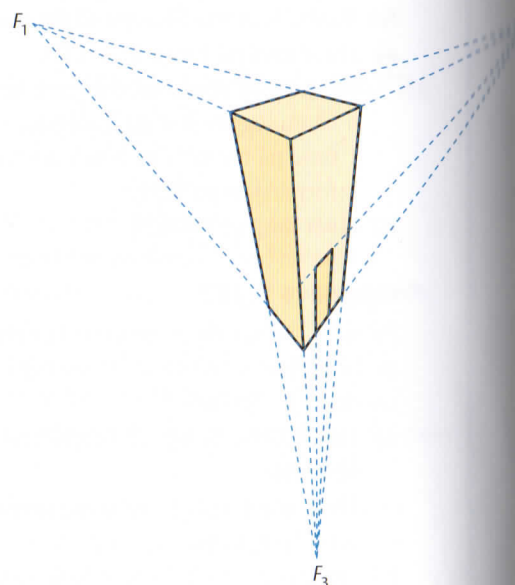
Oppgave 5.221

Tegn siderisset av en stol slik du ser det på figuren øverst i høyre spalte. Merk av et kryss oppe i det venstre hjørnet som vist på figuren. Bruk krysset som forsvinningspunkt og tegn stolen i perspektiv.



Oppgave 5.222

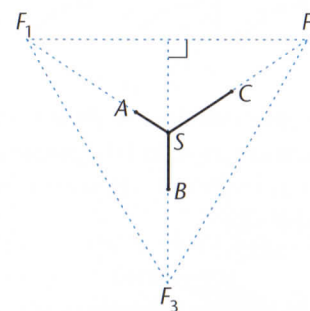
Figuren nedenfor er tegnet med tre forsvinningspunkter F_1 , F_2 og F_3 .



- Studer hvordan vi trekker linjer i en slik tegning. Når perspektivtegning blir brukt på denne måten, blir det ofte kalt *fugleperspektiv*. Hva kan grunnen være til det?

Vi skal tegne en bygning i fugleperspektiv.

- Tegn en likesidet trekant med sider 15 cm. Kall hjørnene i trekanten for F_1 , F_2 og F_3 . La F_1 , F_2 og F_3 være tre forsvinningspunkter. Trekk normalen fra F_3 til linja F_1F_2 . La S være et punkt på denne normalen. S skal ligge i avstanden 8 cm fra F_3 . Sett $SA = 2$ cm, $SB = 3$ cm og $SC = 4$ cm.



- Bygningen har rektangulær grunnflate. S er det øvre fronthjørnet på bygningen. A , B og C er også hjørner på bygningen. Finn alle hjørnene og tegn ferdig bygningen i fugleperspektiv.

Oppgave 5.223

Harriet Backer (1845–1932) var en norsk kunstner som malte mange fine interiørbilder. Du kan lese om henne på skolenettet:

<http://www2.skolenettet.no/kunstweb/bilde/kunstnere/backer.html>

Der finner du også maleriet «Ved lampelys».

Ta en utskrift av dette bildet og bestem forsvinningspunktet.

5.3 Regulære mangekanter

Oppgave 5.230

- Slå en sirkel med radius 3 cm.
- Bruk sirkelen i oppgave a og konstruer en regulær sekskant.
- Bruk sekskanten i oppgave b og trekk opp en regulær trekant.
- Bruk figuren i oppgave b og konstruer en regulær tolvkant.

Oppgave 5.231

En regulær firkant (kvadrat) har sidekant 8 cm.

- Konstruer firkanten.
- Kall skjæringspunktet mellom diagonalene i firkanten for S . Slå en sirkel med sentrum i S og med diagonalene som diameter.
- Bruk figuren i oppgave b til å konstruere en regulær åttekant.

Oppgave 5.232

- Konstruer et parallelogram $ABCD$. Bruk $\angle A = 60^\circ$, $AB = 12$ cm og $AD = 4$ cm.
- Hvor mange regulære trekanter må du ha for å fylle parallelogrammet hvis sidene i trekanten er
 - 4 cm
 - 2 cm

Oppgave 5.233

Konstruer en regulær trekant med sider 4 cm og klipp den ut.

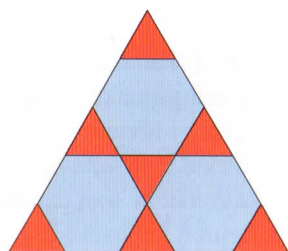
- Tegn av fem slike trekanter og klipp dem ut.
- Sett sammen de seks trekantene slik at du får
 - en regulær sekskant
 - et parallelogram
- Bruk fire av trekantene til å lage en ny regulær trekant.

5.4 Flislegging med regulære mangekanter

Oppgave 5.240

Figuren viser en stor trekant som er satt sammen av regulære trekkanter og regulære sekskanter. Sidekanten i de små trekantene har lengden 1 cm.

- Er den store trekanten regulær?
- Finn arealet av den store trekanten.
- Undersøk om vi kan bruke slike trekkanter til å dekke hele planet og samtidig få et semiregulært mønster.



Oppgave 5.241

Lag en regulær trekant og en regulær firkant, begge med sider 4 cm.

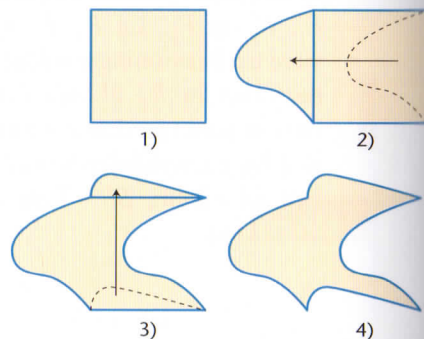
- Tegn av trekanten og firkanten slik at du får sju trekkanter og tre firkanter.
- Klipp ut figurene og sett dem sammen til en nikant. Begynn med en trekant i midten. Blir nikanten regulær?

5.5 Fliser som ikke er regulære

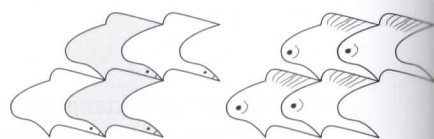
Oppgave 5.250

- Tegn et kvadrat med sider 5 cm og klipp det ut.
- Klipp av en del av firkanten på høyre side slik som du ser på bilde nr. 2 i høyre spalte. Lim denne delen til den venstre siden.

- Klipp av en del av firkanten nederst og lim den på øverst slik du ser det er gjort på bilde nr. 3.



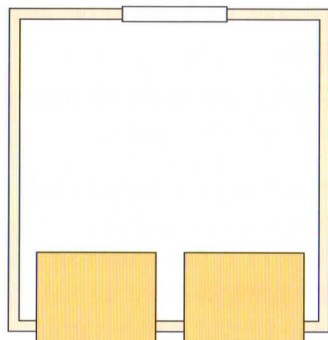
- Kopier den figuren du har, 10 ganger.
- Sett sammen de 10 figurene og lag et av mønstrene (fugl eller fisk) nedenfor.



BLANDEDE OPPGAVER

Oppgave 5.300

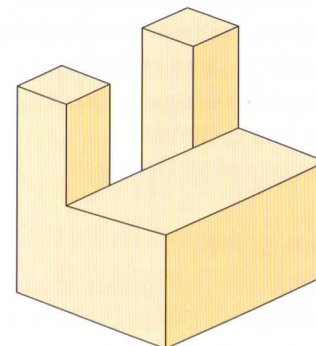
Arbeidstegningen viser et snitt av en dobbelgarasje sett ovenfra. Målestokken er 1 : 150.



- Hvor bred er hver port?
- Mål og beregn det indre golvarealet i garasjen.

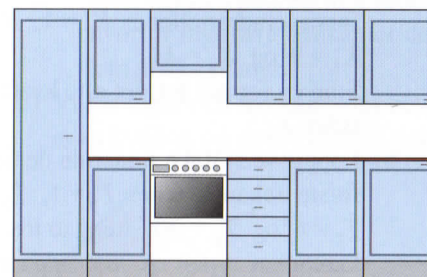
Oppgave 5.301

Tegn en bygning med to tårn (slik som Rådhuset i Oslo) i perspektiv med to forsvinningspunkter.



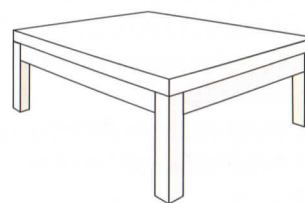
Oppgave 5.302

Arbeidstegningen viser et snitt av en kjøkkenseksjon. Komfyren er i virkeligheten 60 cm bred. Hvilken målestokk er brukt på denne tegningen?



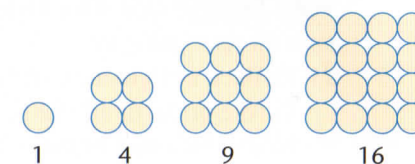
Oppgave 5.303

- Tegn horisontlinja og sett av to punkter A og B 15 cm fra hverandre.
- Tegn et salongbord slik som på figuren i perspektiv med punktene A og B som forsvinningspunkter.

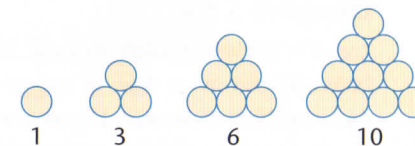


Oppgave 5.304

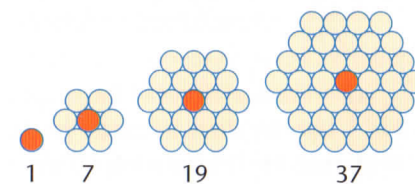
- De fire første kvadrattallene er 1, 4, 9 og 16.
 - Hva er det femte kvadrattallet?
 - Vi kan lage et geometrisk mønster av kvadrattallene slik figuren nedenfor viser. Tegn et tilsvarende mønster for det femte kvadrattallet.



- De fire første trekantallene er 1, 3, 6 og 10. På tilsvarende måte som i oppgave a kan vi lage et geometrisk mønster av trekantallene.
 - Finn det femte trekantallet ved å tegne en regulær trekant etter mønsteret nedenfor.



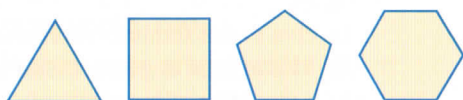
- Hva blir det sjette trekantallet?
- De fire første tallene i en spesiell rekkefølge er 1, 7, 19 og 37. Med disse tallene kan vi lage figurer formet som regulære sekskanter.



Tegn og finn det femte tallet i denne rekkefølgen.

Oppgave 5.305

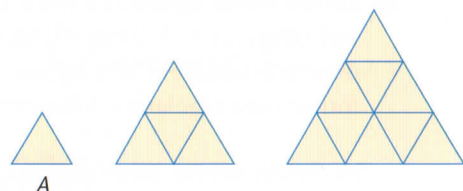
Nedenfor ser du fire regulære mangekanter.



- Finn vinkelen mellom to sidekanter i hver av de fire mangekantene.
- Vi tenker oss at vi skal dekke et golv ved å flislegge med slike mangekanter som du ser tegning av.
 - Hvilken av figurene ovenfor kan vi ikke bruke til en slik flislegging hvis vi bare skal bruke én type flis? Begrunn svaret.
 - Hvilke krav må være oppfylt for at vi skal kunne kombinere to slike figurer i vår planlagte flislegging?
 - Velg to av flistypene ovenfor som du kan kombinere i en flislegging. Tegn det mønsteret som du får fram.

Oppgave 5.306

La A være en regulær trekant. Ved å bruke kopier av A kan vi bygge opp nye regulære trekantene. Figuren viser de to neste regulære trekantene som er satt sammen av kopier av A .



- Vi tenker oss at vi fortsetter å bygge opp regulære trekanten på denne måten. Hvor mange kopier av A trenger vi til den fjerde trekanten?
- Hvor mange trekanten trenger vi til den 10. trekanten?
- Hvor mange trekanten trenger vi til den n -te trekanten?

Oppgave 5.307

Bruk kartet på side 335. Kartet er i målestokken $1 : 100\,000$.

- Du skal gå på turveien fra Heinseter over Geitsjøhovda til begynnelsen av Geitsjøen. Omtrent hvor lang tid vil du bruke på denne turen? Bruk informasjonen på kartet.
- Hvor lang er turen?
- Anslå arealet av Geitsjøen.

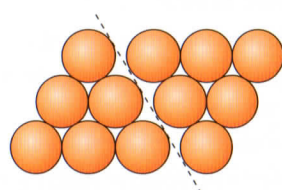
Oppgave 5.308

På side 336 ser du et turkart. Kartet er i målestokken $1 : 50\,000$. Like ved Studenterhytta ligger Blankvann. Gjør målinger og finn omtrent arealet av vannet i

- kvadratmeter
- kvadratkilometer

Oppgave 5.309

- I oppgave 5.304a finner du de fire første kvadrattallene: $K_1 = 1$, $K_2 = 4$, $K_3 = 9$ og $K_4 = 16$. Finn en formel for det n -te kvadrattallet K_n .
- I oppgave 5.304b finner du de fire første trekantallene: $T_1 = 1$, $T_2 = 3$, $T_3 = 6$ og $T_4 = 10$. Legg to trekantall av typen T_3 ved siden av hverandre slik figuren viser.



- Forklar at $2 \cdot T_3 = 3 \cdot 4$, og dermed $T_3 = 6$.
- Gjør det samme med trekant-tallet T_4 .
- Utleid en formel for det n -te trekant-tallet T_n .

Oppgave 5.310

Sammen med regulære trekanten skal du bruke andre regulære mangekanter. Finn minst tre slike kombinasjoner som dekker planet.

Oppgave 5.311

- Vinkelsummen S i en regulær n -kant er gitt ved

$$S = (n - 2) \cdot 180^\circ$$

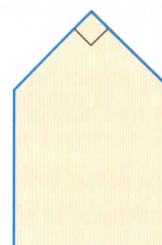
- Finn vinkelsummen i en femkant.
- Vinkelen v mellom to sidekanter i en regulær mangekant er gitt ved

$$v = \frac{S}{n}$$

Sett inn uttrykket for S og vis at vi kan skrive

$$v = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$$

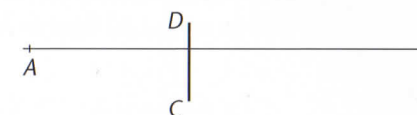
- Finn vinkelen v i en femkant og bruk denne vinkelen til å forklare hvorfor regulære femkanter ikke kan dekke planet.
- Vi har tegnet en femkant som består av et kvadrat og en rettvinklet trekant.



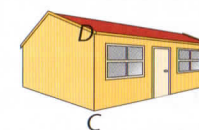
- Tegn av denne femkanten fire ganger og klipp figurene ut. Sett sammen femkantene slik at de kan fylle planet. Det fins flere måter å legge hjørnene mot hverandre på. Finn tre måter.
- Du har sett at denne spesielle femkanten kan dekke hele planet. Hvorfor er det slik?

Oppgave 5.312

- Tegn horisontlinja. Sett av to punkter A og B på linja slik at avstanden mellom punktene blir 15 cm. Tegn ei vertikal linje CD i avstanden 6 cm fra A . Lengden av CD skal være 3 cm, og D skal ligge 1 cm over den horisontale linja.



- Vi skal tegne huset nedenfor i perspektiv med to forsvinningspunkter. La punktene A og B fra oppgave a være forsvinningspunktene, og la linja CD være fronthjørnet på huset. Gjør målinger på huset og bruk form-likhet til å tegne huset på best mulig måte.



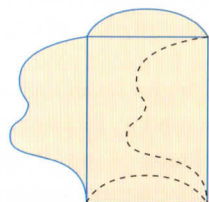
Oppgave 5.313

I oppgave 5.304c finner du de fire første sekskantallene: $S_1 = 1$, $S_2 = 7$, $S_3 = 19$ og $S_4 = 37$.

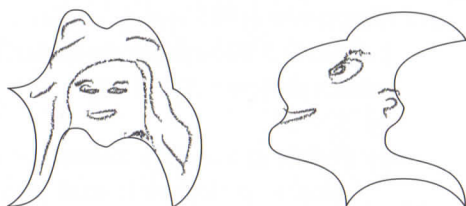
- Forklar at hvert sekskantall er satt sammen av seks trekantall pluss én.
- Skriv det femte sekskantallet S_5 uttrykt ved trekant-tallet T_4 .
- Skriv det $(n+1)$ -te sekskantallet S_{n+1} uttrykt ved trekant-tallet T_n .
- Bruk oppgave 5.309b punkt 3 til å utlede en formel for det $(n+1)$ -te sekskantallet S_{n+1} .
- Skriv en formel for det n -te sekskantallet S_n .

Oppgave 5.314

- 1) Tegn et rektangel med lengden 6 cm og bredden 3 cm.
- 2) Tegn et mønster i rektangelet, for eksempel slik den stiplede kurven på figuren nedenfor viser.
- 3) Klipp langs kurven. Da får du klipt ut to biter. Lim disse to bitene på yttersiden av rektangelet slik du ser det på figuren her.



- b) 1) Lag flere kopier av den figuren som du fikk fram i oppgave a3.
- 2) En slik utklipt og pålimt figur kan sette fantasien i sving. Du kan se noen eksempler på det nedenfor. Lag ditt eget fantasimønster på de utklippede figurene du har, og sett dem sammen.



Oppgave 5.315

- a) Finn ut om det går an å sette sammen regulære femkanter og regulære tikanter slik at de fyller hele planet.
- b) Finn ut om vi kan sette sammen regulære tolvkanter og regulære trekkanter slik at de fyller hele planet.
- c) Finn ut om vi kan sette sammen regulære sekskanter med andre regulære mangekanter slik at de fyller hele planet.

Oppgave 5.316

På skolenettet

<http://www2.skolenettet.no/kunstweb/>

kan du lese om bruk av perspektiv og geometriske former i malerkunst.

Ta for deg et bilde der kunstneren har brukt perspektivlinjer, og bestem forsvinningspunktet.

Oppgave 5.317

På hjemmesiden til Norske Arkitekters Landsforbund

<http://www.arkitektur.no/>

ligger det en oversikt over norske arkitektkontorer. Der kan du finne adressen til arkitektkontoret Snøhetta

<http://www.snoarc.no/>

som blant annet har tegnet biblioteket i Alexandria og den nye norske operaen i Oslo.

Ta for deg en del av perspektivtegningene til arkitektkontoret Snøhetta eller andre arkitektkontorer og finn forsvinningspunktene.

6 Økonomi



KATEGORI 1

6.1 Merverdiavgift

Oppgave 6.110

Hvor mange prosent merverdiavgift er det på

- a) matvarer
- b) persontransport og kinobilletter
- c) andre varer og tjenester

Oppgave 6.111

Mette kjøper matvarer for 200 kr uten merverdiavgift.

Finn prisen med merverdiavgift.

Oppgave 6.112

Karl kjøper en togbillett til 400 kr uten merverdiavgift.

Finn prisen med merverdiavgift.

Oppgave 6.113

Gro kjøper en datamaskin til 9800 kr uten merverdiavgift.

Finn prisen med merverdiavgift.

Oppgave 6.114

Prisene på disse varene er uten merverdiavgift. Finn merverdiavgiften.

- a) Et par ski til 800 kr.
- b) En kilo kjøttdeig til 80 kr.
- c) En kinobillett til 74 kr.

Oppgave 6.115

I et varehus kjøper Petter matvarer og et par sko. På kassalappen står prisene både uten og med mva. Prisen uten merverdiavgift er for matvarene 200 kr og for skoene 440 kr.

Hvor mye betaler Petter til sammen?

Oppgave 6.116

Et gatekjøkken kjøper inn kjøtt til kebab for 2000 kr uten merverdiavgift.

- a) Finn merverdiavgiften.
- b) Finn prisen med merverdiavgift.

Oppgave 6.117

Hans og Grete kjøper to flybilletter til 2800 kr uten merverdiavgift.

- a) Finn merverdiavgiften.
- b) Finn prisen på billettene med merverdiavgift.

Oppgave 6.118

Jorunn kjøper en hamburger på et spisested. Den koster 20 kr uten merverdiavgift. Hvis hun spiser den inne på spisestedet, koster den 25 kr. Hvis hun tar den med seg og spiser den for eksempel hjemme, koster den 22,80 kr. Finn ut hvorfor prisene er forskjellige.

6.2 Lønn og feriepenger

Oppgave 6.120

Ivar har 24 000 kr i fast månedslønn. Det svarer til 150 kr per time. En måned arbeider han 6 timer overtid med 20 % tillegg.

- Hvor mye tjener han på 1 time med overtidsbetaling?
- Hvor mye tjener han på 6 timer med overtidsbetaling?
- Hva blir lønna til Ivar denne måneden?

Oppgave 6.121

Randi har 28 000 kr i fast månedslønn. Det svarer til 180 kr per time. En måned arbeider hun 5 timer overtid med 25 % tillegg.

- Hvor mye tjener hun på 1 time med overtidsbetaling?
- Hvor mye tjener hun på 5 timer med overtidsbetaling?
- Hva blir lønna til Randi denne måneden?

Oppgave 6.122

Harald er 40 år og arbeidet i fjor i 45 uker og tjente 8500 kr per uke.

- Hvor mye feriepenger får han utbetalt i år?
- I år tjener han 8900 kr per uke. Han regner med å arbeide i 45 uker. Hvor mye feriepenger får han neste år?

6.3 Skatt

Oppgave 6.130

Siri har 25 000 kr i fast månedslønn. Hun har et prosentkort og betaler 34 % i skatt. Siri betaler 2 % i pensjonsinnskudd og 1,5 % i fagforeningskontingent.

- Hvor mye betaler Siri i skatt per måned?
- Hvor mye får hun utbetalt?

Oppgave 6.131

Ole har en månedslønn på 27 800 kr. Han blir trukket i skatt etter tabellkort nr. 7222, som du finner på side 167.

- Hvor mye betaler Ole i skatt per måned?
- Hvor mye får han utbetalt?



Oppgave 6.132

Ellen har en fast månedslønn på 29 400 kr. I april hadde hun ingen overtid. I mai tjente hun 2300 kr ekstra på overtid. Hun betaler 37 % i skatt på overtidsarbeid. På fast månedslønn betaler hun skatt etter tabellkortet på side 167. Ellen blir trukket 1,5 % i fagforeningskontingent og 2,0 % i pensjonsinnskudd.

- Hvor mye betaler Ellen i skatt i april?
- Hvor mye betaler Ellen i skatt i mai?
- Hvor mye får Ellen utbetalt i mai?
- Bruk regnearket «Skattetrekk med tabellkort» som du finner på Sinus-sidene, til å kontrollere utregningene.

Oppgave 6.133

I 2008 hadde Helga 425 000 kr i samlet inntekt. Hun hadde 36 000 kr i renteutgifter og 8000 kr i andre fradrag.

- Finn den alminnelige inntekten.
- Finn inntektsskatten.
- Finn toppskatten.
- Finn trygdeavgiften.
- Finn nettoinntekten.
- Hvor mange prosent skatt av den samlede inntekten betalte Helga?

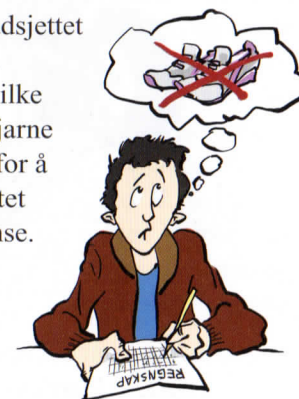
6.4 Budsjett

Oppgave 6.140

Bjarne er ekspeditør i en butikk. Han leier en hybel og får utbetalt 14 650 kr i lønn. For å få bedre oversikt over økonomien vil han sette opp et budsjett. Tabellen nedenfor viser hvilke utgifter han regner med å ha i september.

	September
Inntekt fra lønn:	
Utgifter:	
Leie av hybel	6500 kr
Mobiltelefon	600 kr
Reisekostnader	550 kr
Klær og sko	700 kr
Helse og hygiene	350 kr
Mat og drikke	3000 kr
Husholdningsutgifter	400 kr
Kafébesøk	700 kr
Fritidsaktiviteter	400 kr
Helsestudio	550 kr
Kino	150 kr
Diverse	2000 kr
Sum utgifter	
Inntekter – utgifter	

- Fullfør budsjettet til Bjarne.
- Vurder hvilke utgifter Bjarne bør kutte for å få budsjettet sitt i balanse.



Oppgave 6.141

Wenche er 16 år. Noen ettermiddager i uka arbeider hun i en butikk. I november regner hun med å tjene 6400 kr. Wenche blir trukket 14 % i skatt.

I tillegg har hun fødselsdag i november og regner med å få i alt 3500 kr.

- Hvor mye får Wenche utbetalt i lønn for november?

Wenche vil sette opp et budsjett for november. Tabellen nedenfor viser hvilke utgifter hun regner med å ha.

	November
Inntekter:	
Inntekt fra lønn	
Fødselsdagspresanger	
Sum inntekter	
Utgifter:	
Klær og sko	1800 kr
Helse og hygiene	600 kr
Fritidsaktiviteter	525 kr
Kafébesøk	800 kr
Busskort	420 kr
MP3-spiller	1800 kr
Mobiltelefon	480 kr
Diverse	1000 kr
Sparekonto	1000 kr
Sum utgifter	
Inntekter – utgifter	

- Fullfør budsjettet til Wenche.
- Wenche vil gjerne være med på en fjelltur ei helg i november. Utgiftene til denne turen er 1800 kr. Vurder om Wenche har råd til dette.
- Gjør endringer i budsjettet slik at hun får råd til å være med på turen.

Oppgave 6.142

Lars går i første klasse på en videregående skole. I helgene jobber han av og til på et sykehjem og regner med å tjene 4600 kr i februar. Lars blir trukket 10 % i skatt. Videre får han 300 kr hver gang han vasker og rydder huset hjemme, og det gjør han fire ganger i måneden. Lars har et abonnement på mobiltelefon til 90 kr måneden. I tillegg regner han med 300 kr i februar til bruk av telefonen. Lars har planlagt to kinobesøk i februar, og hver kinobillett koster 75 kr. Til slutt regner han med 600 kr til diverse innkjøp denne måneden.

- Hvor mye får Lars utbetalt i lønn fra sykehjemmet i februar?
 - Hvor mye får Lars til sammen for vaske- og ryddejobben i februar?
- I budsjettet nedenfor har Lars allerede satt inn noen av utgiftene han regner med å ha i februar.

	Februar
Inntekter:	
Lønn fra sykehjem	
Vasking og rydding	
Sum inntekter	
Utgifter:	
Mobiltelefon	
Banksparing	1500 kr
Kino	
Kafébesøk	800 kr
Bursdagsgave	300 kr
Klær og sko	1600 kr
Diverse	
Sum utgifter	
Inntekter – utgifter	

- Fullfør budsjettet for Lars.
- Lars vurderer å kjøpe seg en ny MP3-spiller til 1400 kr i slutten av måneden.
Har han råd til det, eller bør han vente med dette kjøpet?

Oppgave 6.143

Line går i første klasse på en videregående skole og får 1000 kr av foreldrene i lommepenger hver måned. I tillegg er hun avisbud og tjener 2400 kr per måned. Hun blir trukket 10 % i skatt. Noen ganger klipper hun plenen til naboen og får 200 kr hver gang. I juni klipper hun plenen tre ganger.

- Hva får hun utbetalt i lønn som avisbud?
- Hvor mye tjener hun på å klippe plenen for naboen i juni?

Hun kan fylle opp mobiltelefonen sin med ringetid direkte fra Internett. I juni regner hun med å fylle opp telefonen for 450 kr. Hver måned går det 400 kr til avbetaling på datamaskinen. Dessuten har Line moped. I juni regner hun med å fylle bensin for 100 kr. Til ferien vil hun kjøpe to nye bøker. De koster 270 kr og 280 kr. Videre regner hun med å bruke 600 kr til diverse innkjøp.



For å få bedre oversikt over inntekter og utgifter setter Line opp et budsjett for juni. Tabellen nedenfor viser budsjettet med noen av utgiftene i juni.

	Juni
Inntekter:	
Lønn avisbud	
Lommepenger	
Klipping av plen	
Sum inntekter	
Utgifter:	
Mobiltelefon	
Datamaskin	
Bensin til moped	
Hårklipp	550 kr
Bøker	
Klær og sko	1600 kr
Diverse	
Sum utgifter	
Inntekter – utgifter	

- Fullfør budsjettet.
- Kom med forslag til Line om hvordan hun kan få budsjettet til å gå i balanse.

Oppgave 6.144

Per og Lise er et ungt ektepar med to barn. Pia er 2 år, og Tommy er 5 år, og begge er i kommunal barnehage. Per er i full jobb og tjener 28 500 kr i måneden. Han har et skattetrekk på 38 %. Lise arbeider deltid og tjener 15 000 kr i måneden. Hun har et skattetrekk på 32 %. Paret får 970 kr per barn per måned i barnetrygd.

- Hvor mye får Per utbetalt i lønn, og hvor mye får Lise utbetalt i lønn per måned?
- Fullfør budsjettet.
- Familien trenger et nytt kjøleskap. De har sett på et til 3900 kr. Kan de klare å få kjøpt kjøleskapet i august?

De har litt uoversiktlig økonomi og vil derfor føre et budsjett for august. Tabellen nedenfor viser noen av utgiftene deres.

	August
Inntekter:	
Nettolønn fra Per	
Nettolønn fra Lise	
Barnetrygd	
Sum inntekter	
Faste utgifter:	
Renter og avdrag på huslån	2000 kr
Renter og avdrag på billån	1500 kr
Barnehage	4675 kr
NRK-lisens	985 kr
Telefoner	2400 kr
Sum faste utgifter	
Variable utgifter:	
Mat og drikke	7600 kr
Klær og sko	2000 kr
Helse og hygiene	800 kr
Husholdningsartikler	2800 kr
Diverse variable utgifter	2500 kr
Sum variable utgifter	
Sum totale utgifter	
Inntekter – utgifter	

6.5 Regnskap



Oppgave 6.150

Bjarne i oppgave 6.140 satte opp et budsjett for september. Han justerte tallene noe slik at budsjettet gikk i balanse (inntekter lik utgifter). De virkelige utgiftene denne måneden er nå satt inn i denne tabellen.

	September
Inntekt fra lønn	14 650 kr
Utgifter:	
Leie av hybel	6500 kr
Mobiltelefon	550 kr
Reisekostnader	625 kr
Klær og sko	450 kr
Helse og hygiene	320 kr
Mat og drikke	3300 kr
Husholdningsutgifter	376 kr
Kafébesøk	860 kr
Fritidsaktiviteter	620 kr
Helsestudio	400 kr
Kino	150 kr
Diverse	1347 kr
Sum utgifter	

- Finn summen av utgiftene.
- Bjarne har en sparekonto der det står 8500 kr.
Hvor mye må han ta ut av denne kontoen for å få dekket alle utgiftene denne måneden?
- Hent regnearket «Lite regnskap» fra Sinus-sidene og legg inn regnskaps-tallene.
Kontroller svarene i oppgave a og b.



Oppgave 6.151

Inger er 18 år og skoleelev i Oslo. Hun tjener penger på å arbeide noen ettermiddager og kvelder i måneden i en butikk og fører både budsjett og regnskap for hver måned. Tabellen nedenfor viser budsjettet til Inger for oktober med inntekter og utgifter.

Budsjett	Oktober
Inntekter:	
Lønn	6500 kr
Penger fra foreldre	1300 kr
Utgifter:	
Reise	1850 kr
Bøker	500 kr
Klær og sko	2000 kr
Mobiltelefon	400 kr
Helse og hygiene	1500 kr
Diverse utgifter	1400 kr

- Hent regnearket «Stort regnskap» fra Sinus-sidene og sett inn budsjett-postene.



Inger fører nøye regnskap over utgiftene. I oktober hadde Inger disse inntektene og utgiftene:

01.10.	Helse og hygiene	240 kr
01.10.	Penger fra foreldre	1345 kr
02.10.	Reise	670 kr
02.10.	Bøker	675 kr
03.10.	Klær	530 kr
06.10.	Mobiltelefonen	250 kr
06.10.	Lønn	6500 kr
07.10.	Diverse	120 kr
08.10.	Reise	1500 kr
14.10.	Klær	799 kr
17.10.	Diverse	350 kr
17.10.	Mobiltelefonen	150 kr
18.10.	Diverse	450 kr
18.10.	To bøker	560 kr
20.10.	Klær	499 kr
22.10.	Diverse	90 kr
24.10.	Diverse	550 kr
27.10.	Helse og hygiene	650 kr
27.10.	Diverse	350 kr
29.10.	Diverse	175 kr

- Sett inn inntektene og utgiftene fra regnskapet i regnearket.
- Inger hadde 1050 kr den 1. oktober.
Finn hvor mye penger Inger hadde i slutten av oktober.
- I begynnelsen av november vurderer Inger å kjøpe en skriver til data-maskinen til 1200 kr.
Har hun råd til det? Diskuter gjerne pengeforbruket til Inger.



Oppgave 6.152

Knut er 17 år og skoleelev. Noen timer i uka arbeider han på en bensinstasjon. Han fører sitt eget regnskap. I september hadde Knut disse inntektene og utgiftene som vist i høyre spalte.

- Hent regnearket «Lite regnskap» fra Sinus-sidene og sett inn tallene fra tabellen. Finn summen av inntektene og utgiftene.

- Knut hadde 1250 kr på konto den 1. september.
Finn ut hvor mye pengene på kontoen til Knut har økt eller minnet per 1. oktober.

	September
Inntekter:	
Klipt plenen (til naboen)	400 kr
Lønn	5800 kr
Utgifter:	
Bensin til moped	110 kr
Påfyll på mobiltelefon	150 kr
T-skjorter	298 kr
Renter og avdrag på lån	850 kr
Nye joggesko	599 kr
Medlemskontingent	400 kr
Kino (to billetter)	150 kr
Pizzarestaurant	360 kr
Påfyll på mobiltelefon	150 kr
Olabukse og genser	670 kr
Hårklipp	325 kr
Månedskort	650 kr
Olje til mopeden	120 kr
Diverse	480 kr
Kantina på skolen	145 kr



6.6 Sparing

Oppgave 6.160

Yngve fikk 20 000 kr i gave da han fylte 10 år. Han satte pengene i banken og fikk 3 % rente per år.

Hvor mye var disse 20 000 kronene blitt til den dagen han fylte 16 år?

Oppgave 6.161

Sara fikk 5000 kr av bestefar da hun ble født. Foreldrene satte dem i banken til 2,5 % rente per år.

Hvor mye hadde dette beløpet vokst til på 18-årsdagen hennes?

Oppgave 6.162

Rolf kjøpte aksjer for 8000 kr for to år siden. Aksjene har siden steget 7 % i verdi per år.

Hvor mye er aksjene verdt i dag?



Oppgave 6.163

Hilde sparer 12 000 kr per år og får 6 % rente per år. Bruk regnearket med sparing på Sinus-sidene.

Hvor mye har Hilde på kontoen etter akkurat tre år? Enn etter akkurat ti år?

6.7 Sparekalkulatorer

Oppgave 6.170

Henning vil kjøpe ny bil neste år. Bilen koster 225 000 kr i dag. Han regner med at prisen stiger med 4 % neste år.

a) Hvor mye koster bilen neste år?

Henning har 200 000 kr i banken i dag og vil spare 15 000 kr både i år og neste år. Det første beløpet setter han inn i dag. Han får 3 % rente per år av banken.

b) Har Henning råd til å kjøpe bilen om ett år?



Oppgave 6.171

Til denne oppgaven kan du bruke regnearket «Sparing mot et mål» på Sinus-sidene.

Gustav vil kjøpe ny båt om tre år. Båten koster 325 000 kr i dag. Han regner med at prisen vil stige 5 % per år de neste årene.

a) Hvor mye regner han med at båten vil koste om tre år?

Han har akkurat solgt den gamle båten sin og fått 200 000 kr for den. Pengene setter han i dag inn på en sparekonto. Han får 7 % i rente per år.

b) Hvor mye må han spare per måned for å ha råd til å kjøpe båten om tre år?

6.8 Serielån

Oppgave 6.180

Ronny har tatt opp et lån på 50 000 kr. Lånet er et serielån og skal betales tilbake på to år med én termin i året. Han må betale 6 % i rente per år.

a) Hvor store blir de årlige avdragene?

b) Hvor mye må han betale i renter det første året?

c) Finn det første terminbeløpet.

d) Hvor mye må han betale i renter det andre året?

e) Finn det andre terminbeløpet.



Oppgave 6.181

Lillian vil kjøpe ny båt. Hun låner 240 000 kr i banken til 6 % rente per år. Lånet er et serielån og skal betales tilbake på tre år med én termin per år.

a) Finn ved regning det årlige avdraget.

b) Finn ved regning hvor mye hun må betale i renter det første året.

c) Finn ved regning det første terminbeløpet.

- d) Lag en betalingsplan for alle de tre årene ved å bruke regnearket på Sinus-sidene.



6.9 Annuitetslån

Oppgave 6.190

Lars låner 60 000 kr til oppussing. Lånet er et annuitetslån og skal betales tilbake over 5 år med en rente på 5 % per år. Terminbeløpet er 13 859 kr.

a) Hvor mye må han betale i renter det første året?

b) Hvor mye betaler han i avdrag det første året?

c) Hvor stort blir restlånet etter den første terminen?

d) Hvor mye betaler han i renter det andre året?

e) Hvor mye betaler han i avdrag det andre året?

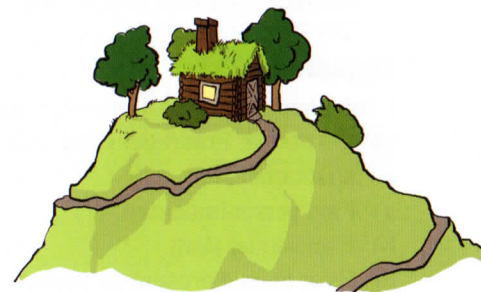


Oppgave 6.191

Anne Lise vil kjøpe ny hytte. Hun låner 240 000 kr i banken til 6 % rente per år. Lånet er et annuitetslån og skal betales tilbake på 20 år med én termin per år.

a) Finn terminbeløpet ved å bruke regnearket som ligger på Sinus-sidene.

b) Lag en betalingsplan for Anne Lise.



KATEGORI 2

6.1 Merverdiavgift

Oppgave 6.210

En restaurant kjøper ei uke inn matvarer for 47 500 kr og kjøper samtidig en ny fryser til 18 500 kr. Begge prisene er uten mva.

a) Hvor mye må restauranten betale i merverdiavgift til sammen for disse varene?

b) Hva må restauranten betale til sammen for disse varene med merverdiavgift?

Oppgave 6.211

Tore kjøper en dag en flybillett til 1244 kr ekskl. mva. Han får 15 % rabatt på salgsprisen inkludert mva.

Hva betaler han for flybilletten?

Oppgave 6.212

a) En kjole koster 600 kr med mva. Hva koster kjolen uten merverdiavgift?

b) Ei skjorte koster 295 kr med mva. Hva koster skjorta uten merverdiavgift?

Oppgave 6.213

Petter betaler 2600 kr inkl. mva. for et reparasjonsarbeid i huset sitt.

a) Hva koster arbeidet ekskl. merverdiavgift?

b) Finn merverdiavgiften.

Oppgave 6.214

a) En kjøpmann kjøper inn matvarer for 15 960 kr inkl. mva.

Finn prisen for matvarene ekskl. mva.

b) En flybillett koster 1620 kr inkl. mva. Hva koster billetten ekskl. mva.?

c) Petter kjøper tre kinobilletter à 90 kr. Finn merverdiavgiften.

6.2 Lønn og feriepenger

Oppgave 6.220

Arild tjener 160 kr per time og arbeider normalt 37,5 timer per uke. For overtid-arbeid får han 50 % tillegg på hverdagene og 100 % tillegg i helgene.

Ei uke arbeider han til sammen 6 timer overtid på hverdagene og 4 timer overtid i helga.

- Hva blir ukelønna uten overtid?
- Hvor mye tjener han på overtids-arbeidet denne uka?

Oppgave 6.221

Anne er 30 år og tjener 175 kr per time. For arbeid etter kl. 17.00 får hun 50 % tillegg og for arbeid etter kl. 20.00 100 % tillegg. Ei uke leverer hun denne timelista:

Mandag	08.00–16.00
Tirsdag	12.00–19.00
Onsdag	15.00–22.00
Torsdag	09.00–17.00
Fredag	16.00–21.00

- Hvor mange timer arbeider Anne denne uka?
- Hvor mange timer arbeider hun med
 - 50 % tillegg
 - 100 % tillegg
- Hvor mye tjener Anne denne uka?
- Hvor mye har Anne tjent opp i feriepenger i denne arbeidsuka?

Oppgave 6.222

Aisha er 35 år og tjente 414 400 kr inklusiv 44 400 kr i feriepenger i 2006. I 2008 fikk hun utbetalt 46 800 kr i feriepenger.

- Hvor mye fikk hun utbetalt i feriepenger i 2007?
- Hva tjente hun i alt medregnet feriepenger i 2007?

6.3 Skatt

Oppgave 6.230

Trine har 36 000 kr i fast månedslønn. Det svarer til 210 kr per time. I september hadde hun 8 timer overtid med 50 % tillegg. Trine trekkes hver måned 2 % i pensjonsinnskudd og 1,5 % i fagforeningskontingent. Hun har prosentkort og skal betale 42 % skatt på all inntekt. Hva fikk hun utbetalt i lønn for september?



Oppgave 6.231

Frank har 34 500 kr i fast månedslønn. Det svarer til 195 kr per time. I oktober hadde han 6 timer overtid på hverdager med 40 % tillegg og 4 timer overtid på søndager med 80 % tillegg. Frank trekkes hver måned 2 % i pensjonsinnskudd og 1,5 % i fagforeningskontingent. Frank har prosentkort og skal betale 43 % skatt på all inntekt.

- Finn ved regning hva han fikk utbetalt i lønn for oktober.
- Bruk regnearket «Skattetrekk med prosentkort» og kontroller utregningene i oppgave a.

Oppgave 6.232

I 2008 hadde Berit 860 000 kr i samlet inntekt. Hun hadde 25 500 kr i rente-utgifter og 4600 kr i andre fradrag.

- Hvor mye måtte Berit betale i skatt?
- Hva ble nettoinntekten hennes?
- Hvor mange prosent skatt av den samlede inntekten betalte Berit?

Oppgave 6.233

I 2008 hadde Karl en alminnelig inntekt på 450 000 kr. Fradragene utgjorde 20 % av personinntekten.

- Finn personinntekten.
- Finn samlet skatt.
- Hvor mange prosent av personinntekten betalte Karl i skatt?

6.4 Budsjett

Oppgave 6.240

Synnøve er 21 år og arbeider i en butikk. Hun tjener brutto 22 000 kr i måneden. Av og til arbeider hun overtid. I mai regner hun med å arbeide 8 timer overtid til 140 kr per time. Hun har et skattetrekk på 34 %.

I mai regner hun med å ha disse utgiftene: leie av hybel 5900 kr, lån på fjernsyn og stereoanlegg 1800 kr, mobiltelefon 340 kr, reiseutgifter 550 kr, 4 kafébesøk à 200 kr, mat og drikke 3200 kr, klær og sko 1800 kr, helse og hygiene 300 kr, husholdningsutgifter 400 kr, fritidsaktiviteter 360 kr, kino og teater 450 kr og 1500 kr til diverse.

- Lag et budsjett for mai for Synnøve.
- Syns du hun planlegger en fornuftig pengebruk i forhold til inntekten?



Oppgave 6.241

Gunnar er student og leier hybel. I august får han 16 000 kr i studielån. Ved siden av studiet har han en liten jobb og tjener brutto 3400 kr per måned. Han har et skattetrekk på 14 %.

I august regner han med disse utgiftene: studiemateriell 6000 kr, leie av hybel 4800 kr, mobiltelefonutgifter 400 kr, reiseutgifter 550 kr, mat og drikke 3600 kr, klær og sko 800 kr, helse og hygiene 200 kr, husholdningsutgifter 400 kr, fritidsaktiviteter 360 kr og kino 150 kr.

- Legg budsjettallene for august inn i regnearket som du finner på Sinus-sidene på Internett.
- Hvor mange kroner kan Gunnar regne med å føre over til september?



Oppgave 6.242

Nina og Morten er gift, bor i en romslig leilighet og har sønnen Sondre på 2 år. Morten er snekker og har en månedslønn på 26 000 kr. Dessuten tar han av og til noen tilleggsjobber og tjener 350 kr i timen. Han har et skattetrekk på 40 %. I januar vil han arbeide 10 timer i tillegg til den faste jobben, i februar 12 timer i tillegg og i mars 14 timer i tillegg. Nina har valgt å være hjemme med Sondre. Hun er utdannet grafisk formgiver og tar oppdrag for forskjellige firmaer. Hun har et hjemme-kontor og regner med å tjene 12 000 kr i måneden. Nina har et skattetrekk på 32 %. Hun og Morten mottar hver måned kontantstøtte på 3657 kr og barnetrygd på 970 kr for Sondre. De setter opp budsjett for månedene januar, februar og mars. Familien har disse faste utgiftene:

Husleie og strøm	6600 kr (januar)
	7400 kr (februar)
	6200 kr (mars)
Billån	2750 kr (hver måned)
Renter og avdrag på lån	5400 kr (mars)
Forsikringer	4800 kr (januar)
	1800 kr (mars)
NRK-lisens	985 kr (mars)
Fasttelefon og Internett	2850 kr (februar)
Kontingenter	480 kr (januar)
	320 kr (mars)
Avisabonnement	1090 kr (februar)

Familien bruker Sifo-modellen for å sette opp utgiftene til mat og drikke, klær og sko, helse og hygiene, lek og fritid og reisekostnader i budsjettet. Dessuten regner Nina og Morten med å bruke 3000 kr hver måned til diverse innkjøp. Legg budsjettallene for de tre månedene inn i regnearket på Sinus-sidene og finn forventet pengebeholdning i begynnelsen og slutten av hver måned når pengebeholdningen 1. januar var 0 kr.

6.5 Regnskap



Oppgave 6.250

Synnøve i oppgave 6.240 tok vare på alle kvitteringene og kassalappene. I mai hadde hun disse bilagene:

Mat og drikke	470 kr
Månedskort trikk	670 kr
Kafébesøk	175 kr
Mat og drikke	780 kr
Sminke	140 kr
Lønn	17 260 kr
Leie av hybel	5900 kr
Mat og drikke	875 kr
Kjole	650 kr
Sko	780 kr
Bluse	490 kr
Kino	150 kr
Kafébesøk	220 kr
Diverse 01.–15. mai	970 kr
Husholdningsutgifter	190 kr
Påfyll mobiltelefon	150 kr
Kafébesøk	240 kr
Mat og drikke	360 kr
Helse og hygiene	125 kr
Renter og avdrag på lån	1800 kr
Fritidsaktiviteter	320 kr
Kafébesøk	120 kr
Mat og drikke	480 kr
Husholdningsutgifter	180 kr
Påfyll mobiltelefon	180 kr
Teater	250 kr
Mat og drikke	295 kr
Diverse 16.–31. mai	1200 kr

- a) Bruk regnearket «Lite regnskap» fra Sinus-sidene og legg inn tallene for inntekt og utgifter i mai.
- b) Pengebeholdningen til Synnøve 1. mai var 2450 kr.
Finn pengebeholdningen til Synnøve 1. juni.



Oppgave 6.251

Gunnar i oppgave 6.241 fører nøye regnskap over alle inntekter og utgifter. I august hadde han disse bilagene:

01.08. Utbetalt studielån	16 000 kr
02.08. Studiebøker	1250 kr
02.08. Mat og drikke	790 kr
02.08. Mobiltelefonutgifter	440 kr
05.08. Studiebøker	1800 kr
05.08. Genser	490 kr
05.08. Kino	75 kr
06.08. Helse og hygiene	140 kr
07.08. Mat og drikke	850 kr
07.08. Studiemateriell	1200 kr
10.08. Husholdningsutgifter	220 kr
10.08. Reiseutgifter	140 kr
12.08. Mat og drikke	650 kr
14.08. Lønn	2924 kr
15.08. Leie av hybel	4800 kr
15.08. Studiebøker	1400 kr
15.08. Jakke	550 kr
15.08. Diverse 01.–15. aug.	436 kr
17.08. Fritid	270 kr
20.08. Mat og drikke	775 kr
22.08. Kino	75 kr
23.08. Husholdningsutgifter	200 kr
25.08. Reiseutgifter	320 kr
27.08. Mat og drikke	498 kr
28.08. Fritid	100 kr
29.08. Helse og hygiene	175 kr
30.08. Diverse 16.–31. aug.	370 kr

- a) Bruk regnearket «Lite regnskap» fra Sinus-sidene og legg inn inntekts- og utgiftstallene for august. Ikke ta med datoene.
- b) Pengebeholdningen til Gunnar 01.08. var 420 kr.
Finn pengebeholdningen til Gunnar 31.08.



Oppgave 6.252

I denne oppgaven skal du bruke regnearket «Stort regnskap» fra Sinus-sidene. Familien Hansen består av Lise (28 år), Frank (34 år), Sondre (2 år) og Jesper (5 år). Lise er systemutvikler i et datafirma og arbeider mye overtid. I mars regner hun med å få utbetalt 30 000 kr i lønn. Frank er hjemmeværende og mottar kontantstøtte på 3303 kr per måned for Sondre. I tillegg kommer barnetrygden med 970 kr per måned per barn. Familien bor i eget hus i Oslo og betaler 14 500 kr per måned i renter og avdrag på lån på huset og 2600 kr i renter og avdrag på billån. I mars må de betale 2815 kr i årsavgift for bilen, 2560 kr for strøm og 985 kr i NRK-lisens. Videre regner de med 2100 kr i telefonutgifter. Pengebeholdningen til familien var 7400 kr per 01.03.

- a) De har budsjettet med disse utgiftene i mars:

Mat og drikke	7500 kr
Klær og sko	2000 kr
Helse og hygiene	1200 kr
Lek, fritid og reise	5000 kr
Lån	17 100 kr
Diverse	4500 kr

Sett disse tallene inn i regnearket.

Her er inntektene og utgiftene til familien i mars:

01.03. Mat og drikke	850 kr
01.03. Diverse (NRK)	985 kr
02.03. Klær og sko	380 kr
03.03. Reise	560 kr
04.03. Lån (bil)	2600 kr
04.03. Diverse	1200 kr
05.03. Mat og drikke	620 kr
05.03. Lønn Lise	30 875 kr
06.03. Helse og hygiene	725 kr
07.03. Klær og sko	499 kr

07.03. Diverse (strøm)	2560 kr
10.03. Mat og drikke	980 kr
10.03. Lek og fritid	1500 kr
12.03. Reise	580 kr
14.03. Mat og drikke	1290 kr
15.03. Reise (bil)	2815 kr
15.03. Lån (hus)	14 500 kr
18.03. Mat og drikke	1750 kr
18.03. Lek og fritid	450 kr
19.03. Helse og hygiene	725 kr
20.03. Diverse	800 kr
22.03. Mat og drikke	850 kr
24.03. Klær og sko	1050 kr
25.03. Lek og fritid	525 kr
28.03. Mat og drikke	1440 kr
28.03. Reise	240 kr
29.03. Kontantstøtte	3303 kr
31.03. Barnetrygd	1940 kr

- b) Legg tallene for inntekter og utgifter inn i regnearket. Studer avvikene mellom budsjett og regnskap.
- c) Finn pengebeholdningen til familien 1. april.

6.6 Sparing

Oppgave 6.260

Nina fikk til sammen 60 000 kr i gaver da hun ble født. Pengene ble satt på en konto med 3,5 % rente per år.

- a) Hvor mye penger hadde Nina på kontoen på 20-årsdagen dersom de ble stående urørt?
- b) Hvor mye penger hadde Nina på kontoen på 20-årsdagen dersom hun tok ut 30 000 kr på 16-årsdagen sin?



Oppgave 6.261

Svein fikk 75 000 kr på 16-årsdagen. Han satte straks pengene på en konto og fikk 3 % rente per år. Så tok han ut 20 000 kr den dagen han fylte 17 år, og nye 20 000 kr den dagen han fylte 19 år. Hvor mye penger hadde han på kontoen den dagen han fylte 20 år?



Oppgave 6.262

Eirik setter 2000 kr inn på en konto på lønnsdagen hver måned. Han får 6,8 % rente per år. Bruk regnearket «Sparing» som du finner på Sinus-sidene.

- Hvor mye penger har han på kontoen ved begynnelsen av det fjerde året?
- Hvor mye har han på kontoen ved slutten av det sjettede året?
- Lag en kontooversikt for de åtte første årene.



Oppgave 6.263

Åse ønsker å spare et fast månedlig beløp slik at hun har 350 000 kr etter tre år. Hun setter pengene inn på en konto som gir henne en rente på 7 % per år. Bruk regnearket «Sparing» som du finner på Sinus-sidene, og finn det månedlige sparebeløpet.



6.7 Sparekalkulatorer



Oppgave 6.270

Astrid planlegger å kjøpe ny bil om fem år. Hun vil bruke sparekalkulatoren på Sinus-sidene, og hun vil begynne å spare i dag. Den nye bilen koster 280 000 kr i dag. Vi regner med at prisen på denne bilen stiger med 5 % per år. Astrid har i dag 90 000 kr på en konto der hun får 6,8 % rente per år. Hvor mye må Astrid spare på kontoen hver måned for å få kjøpt bilen om fem år?



Oppgave 6.271

Morten kjøper ny bil hvert femte år. Han har akkurat kjøpt ny bil og regner med å få solgt denne bilen om fem år for 120 000 kr. I tillegg vil Morten spare 15 000 kr hvert år til 3 % rente per år. Det første beløpet setter han inn om ett år. Bilen Morten ønsker å kjøpe om fem år, koster i dag 240 000 kr. Han regner med at prisen stiger med 5 % per år.

- Hvor mye koster bilen om fem år? Rund av svaret til nærmeste 1000 kr.
- Hvor mye regner Morten at han kommer til å mangle når han skal kjøpe denne bilen om fem år?



Oppgave 6.272

Truls ønsker å kjøpe en campingvogn om fire år. I dag koster vogna 140 000 kr. Han regner med at prisen kommer til å stige med 6 % per år. Truls har i dag 42 000 kr på en sparekonto med 6,5 % rente per år. Han ønsker å spare et fast beløp på kontoen hver måned slik at han kan få kjøpt denne campingvogna. Bruk sparekalkulatoren på Sinus-sidene og finn hvor mye Truls må spare per måned for å få råd til vogna.



Oppgave 6.273

Sigurd har veldig lyst til å kjøpe ny båt om tre år. Båten han har sett på, koster 750 000 kr i dag. Han regner med at denne prisen kommer til å øke med 5,0 % per år. Sigurd har en sparekonto på 450 000 kr. Han lurer på hvor mye han må spare på kontoen per måned for å nå det framtidige målet.

For å finne svar på dette vil han bruke kundeprogrammet i en nettbank. Det beregner sparing mot et mål.

- Finn ved hjelp av et slikt program hvor mye Sigurd må spare per måned. Bruk den renten per år nettbanken gir i dag på en sparekonto med 450 000 kr.
- Tenk deg at Sigurd bare kan spare 8000 kr per måned. Hvor lenge må han da vente før han kan kjøpe båten? Prøv deg fram i kundeprogrammet. Bruk den samme renten per år som i oppgave a.

6.8 Serielån



Oppgave 6.280

En familie låner 1,2 millioner kroner for å kjøpe bolig. Lånet er et serielån som går over 25 år med én termin per år og 7,5 % rente per år.

- Hvor store er avdragene?
- Finn ved regning det første og det andre terminbeløpet.
- Finn ved regning det siste terminbeløpet.
- Lag en betalingsplan for familien ved å bruke en lånekalkulator fra en bank.



Oppgave 6.281

Cecilia kjøper en ny bunad med tilbehør. Samlet pris er 37 000 kr. Hun har 13 000 kr på konto og låner resten i banken. Hun velger et serielån over tre år der hun må betale 3,6 % rente per år.

- Hvor store er de årlige avdragene?
- Finn det første terminbeløpet.
- Bruk en lånekalkulator og lag en betalingsplan for Cecilia.



6.9 Annuitetslån



Oppgave 6.290

En familie låner 800 000 kr for å kjøpe bolig. Lånet er et annuitetslån. Det skal betales tilbake med én årlig termin over 25 år. Årsrenten er 8 %.

- Finn det årlige terminbeløpet.
- Finn ved regning hvor mye familien betaler i renter og hvor mye de betaler i avdrag det første året.
- Finn ved regning hvor mye familien betaler i renter og hvor mye de betaler i avdrag det andre året.
- Bruk lånekalkulatoren på Sinus-sidene og lag en betalingsplan for familien.



Oppgave 6.291

Per låner et større beløp til kjøp av ny motorsykkel. Lånet er et annuitetslån over fire år med én termin i året. Terminbeløpet er 35 828 kr, og renten er 7,5 % per år.

- Det første året betaler han 9000 kr i renter. Hvor mye låner Per?
- Hvor stort er det første avdraget?
- Hvor store er rentene det andre året?
- Hvor store er rentene det tredje året?
- Bruk lånekalkulatoren på Sinus-sidene til å kontrollere utregningene.

BLANDEDE OPPGAVER

Oppgave 6.300

Ola låner 320 000 kr til kjøp av ny traktor. Lånet er et annuitetslån over fem år med én termin i året. Med 5,5 % rente per år blir terminbeløpet 74 936 kr.

- Hvor mye betaler Ola i renter og avdrag det første året?
- Hvor mye betaler han i renter og avdrag det andre året?
- Ola betaler resten av lånet ved den tredje innbetalingen. Hvor mye betaler han da?



Oppgave 6.301

Finn vil kjøpe en motorsykkel som koster 82 000 kr. Han har 30 000 kr. Resten må han låne i banken. Han velger et serielån og skal betale ned lånet over fire år. Finn må betale 6 % rente per år.

- Hvor store er de årlige avdragene?
- Finn alle terminbeløpene.
- Hvor mye har han betalt til sammen i renter og avdrag når lånet er nedbetalt?
- Bruk regnearket «Serielån» til å kontrollere svarene i oppgave a og b.



Oppgave 6.302

Ulf har 34 600 kr i fast månedslønn og får 170 kr timen for overtid. En måned har Ulf 12 timer overtid. Han betaler 2 % i pensjonsinnskudd og 1,5 % i fagforeningskontingent. Ulf betaler 40 % skatt på overtid. Til andre skattetrekk bruker arbeidsgiveren tabell 7222, som du finner på side 167.

Bruk regnearket «Skattetrekk med tabellkort» fra Sinus-sidene.

- Finn hvor mye skatt Ulf skal betale denne måneden.
- Finn hvor mye Ulf får utbetalt denne måneden.

Oppgave 6.303

Martin får hvert år 4000 kr av bestefar til jul. Pengene blir satt inn på en konto der han får 3,2 % rente per år.

Hvor mye penger har Martin på kontoen like etter at bestefar har satt inn det tredje beløpet?

Oppgave 6.304

Ola og Kari kjøper hver sin flybillett. Prisen på billetten til Ola er 850 kr med mva. Prisen på billetten til Kari er 720 kr uten mva. Ola får 10 % rabatt på sin billett.

Hvem betaler mest for billetten?



Oppgave 6.305

Trond og Anne er et ungt ektepar med to barn og bor i eget hus. De har barna Petter på 2 år og Kristine på 4 år. Begge foreldrene er i full jobb, og barna er i en kommunal barnehage. Trond har en fast brutto månedslønn på 27 600 kr. Anne arbeider normalt 150 timer per måned. Timelønna hennes er 175 kr. De blir begge trukket 38 % i skatt. Paret får 970 kr i barnetrygd for hvert av barna. De synes de har brukt mye penger den siste tida, så etter ferien setter de opp budsjett for hver måned. Pengebeholdningen den 1. august er 1400 kr.

De regner med disse faste utgiftene i august, september og oktober:

Renter og avdrag på huslån (hver måned)	8100 kr
Renter og avdrag på billån (hver måned)	1400 kr
Strøm (september)	4600 kr
Barnehage (hver måned)	4800 kr
Forsikringspremie (august)	1400 kr
Forsikringspremie (oktober)	3800 kr
NRK-lisens (september)	985 kr
Fasttelefon (oktober)	1650 kr
Abonnement på avis (august)	1200 kr

De vil bruke Sifo-modellen for de variable utgiftsgruppene: mat og drikke, klær og sko, helse og hygiene, lek og fritid og reise-kostnader. Dessuten regner de med å bruke 4000 kr hver måned til diverse innkjøp. Lag et budsjett for familien for månedene august, september og oktober. Ta med pengebeholdningen i begynnelsen og slutten av hver måned.

Oppgave 6.306

Julie selger den gamle datamaskinen sin for 4750 kr til en venn og vil kjøpe en ny datamaskin til 11 000 kr uten mva. Hvor mye må Julie betale i mellomlegg for å få den nye maskinen?

Oppgave 6.307

I 2008 hadde Anita 375 000 kr i personinntekt. Hun hadde 18 000 kr i rentefradrag og 12 000 kr i andre fradrag.

- Hvor mye måtte Anita betale i skatt?
- Hva ble nettoinntekten hennes?
- Hvor mange prosent av personinntekten betalte Anita i skatt?

Oppgave 6.308

Jorunn setter 10 000 kr inn på en konto hvert år. Hun får 3,6 % rente per år. Hvor mye penger har Jorunn på kontoen like etter at hun har satt inn det femte beløpet?

Oppgave 6.309

Guri er skiftarbeider i en matforretning og har en normal timelønn på 120 kr. Dersom hun arbeider mellom kl. 16.00 og 20.00, får hun 25 % høyere timelønn. Arbeider hun etter kl. 20.00, får hun et tillegg på 50 % i timelønna. En måned arbeidet hun 100 timer med normal timelønn, 40 timer mellom kl. 16.00 og kl. 20.00, og 20 timer etter kl. 20.00. Guri blir trukket i skatt etter tabell 7222, se side 167.

- Hvor mye tjente Guri da i alt?
- Hvor mye får Guri utbetalt i lønn for denne måneden?





Oppgave 6.310

Sara er 19 år og skoleelev i Oslo. Hun arbeider noen ettermiddager og kvelder i måneden i en butikk. Sara fører eget budsjett og regnskap. I oktober regner hun med å tjene 6000 kr og å bruke 2000 kr på klær og sko, 850 kr på helse og hygiene, 1800 kr til reisekostnader, der en helgetur til Sverige er inkludert, 500 kr til mobiltelefonen, 1200 kr til lek og fritid og 900 kr til diverse. Den 1. oktober var pengebeholdningen til Sara 1475 kr. Bruk regnearket «Stort regnskap» fra Sinus-sidene til å løse denne oppgaven.

- a) Før budsjettallene for Sara inn i regnearket.

Her er inntektene og utgiftene i oktober:

01.10. Hygiene og helse	240 kr
03.10. To nye topper	530 kr
04.10. Mobiltelefon	250 kr
05.10. Lønn	6500 kr
14.10. Nye sko	799 kr
15.10. Flexikort T-bane	150 kr
17.10. Helgetur til Sverige	1760 kr
19.10. Teaterkveld (Diverse)	450 kr
19.10. To bøker (Diverse)	560 kr
20.10. Olabukse	499 kr
22.10. Kafébesøk (Diverse)	190 kr
24.10. Frisør (Diverse)	550 kr
25.10. Mobiltelefon	280 kr
27.10. Helse og hygiene	650 kr
30.10. Flexikort T-bane	150 kr
30.10. Diverse	420 kr

- b) Legg bilagstallene for regnskapet inn i regnearket.
c) Studer avvikene mellom budsjettallene og regnskapet.
d) Finn pengebeholdningen til Sara 31.10.



Oppgave 6.311

Unni har 38 200 kr i fast månedslønn. Det svarer til 250 kr i timen. Dersom hun arbeider etter kl. 16.00 på hverdager, får hun overtidbetaling med 50 % tillegg i timelønna. Hun blir trukket 44 % i skatt på all lønn. En måned hadde hun til sammen 6 timer overtid på en onsdag og en torsdag. Unni blir trukket 2 % i pensjonsinnskudd og 1,5 % i fagforeningskontingent. Bruk regnearket «Skattetrekk med prosentkort» fra Sinus-sidene når du løser oppgaven.

- a) Hvor mye skatt skal Unni betale denne måneden?
b) Hvor mye får Unni utbetalt i lønn denne måneden?

Oppgave 6.312

Synnøve har et serielån som går over fem år. Det er én termin per år, og avdraget er 4500 kr. Hun betaler 3,5 % rente per år.

- a) Finn det første terminbeløpet.
b) Finn det siste terminbeløpet.



Oppgave 6.313

Mette og Jan er et ektepar i midten av trettiårene med to barn. Andreas er 7 år, og Hilde er 14 år. Mette er lærer i den videregående skolen og tjener 32 800 kr per måned. Jan arbeider 3 dager i uka og har en månedslønn på 19 800 kr. Mette har et skattetrekk på 38 % og Jan 30 %. Begge blir trukket 2 % i pensjonsinnskudd og 1,5 % i fagforeningskontingent. Barne-trygden er 970 kr per barn. Pengebeholdningen til familien var 6700 kr per 01.02.

- a) Regn ut hva Mette får utbetalt i lønn, og hva Jan får utbetalt i lønn.

I resten av oppgaven kan du bruke regnearket «Lite regnskap» fra Sinus-sidene. Her er inntektene og utgiftene de hadde i februar (se neste side):

01.02. Mat og drikke	1460 kr
02.02. Lønn Mette	
04.02. Klær og sko	1660 kr
05.02. Telefon	1800 kr
05.02. Billån	2250 kr
06.02. Helse og hygiene	450 kr
06.02. Reisekostnader	800 kr
07.02. Mat og drikke	780 kr
08.02. Lek og fritid	1270 kr
10.02. Lønn Jan	
10.02. Klær og sko	480 kr
12.02. Strøm	6700 kr
12.02. Forsikring	2900 kr
14.02. Mat og drikke	570 kr
15.02. Husleie	5900 kr
17.02. Mat og drikke	1230 kr
18.02. Telefon	1200 kr
19.02. Reisekostnader	800 kr
20.02. Lek og fritid	1400 kr
22.02. Mat og drikke	800 kr
24.02. Klær og sko	299 kr
25.02. Forsikring	1900 kr
26.02. Helse og hygiene	890 kr
27.02. Mat og drikke	1240 kr
28.02. Barnetrygd	1940 kr

- b) Legg inn disse utgiftene og inntektene fra oppgave a i regnearket. Ikke ta med datoene.
c) Finn pengebeholdningen 1. mars.

Oppgave 6.314

En måned betaler Trine en regning på 525 kr for utgifter til mobiltelefonen. Regningen er inklusiv mva.

- a) Finn beløpet uten mva.
b) Finn merverdiavgiften.



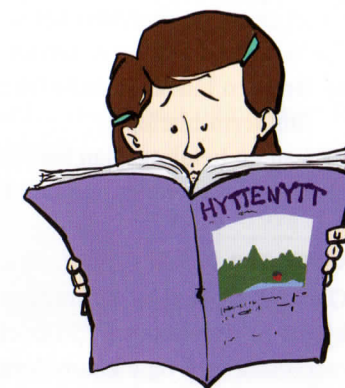
Oppgave 6.315

Line setter hver måned inn 6000 kr på en sparekonto og får 6,5 % rente per år. Bruk regnearket på Sinus-sidene og finn hvor mye Line har på kontoen etter fem år.



Oppgave 6.316

Berit vil kjøpe ny hytte om tre år. Hytta koster i dag 650 000 kr. Hun regner med at ei slik hytte stiger i verdi med 8 % per år. I dag har Berit en egenkapital på 400 000 kr. Disse pengene står på en sparekonto til 6,6 % rente per år. Berit har ikke lyst til å låne penger, så hun lurer på hvor mye hun må spare per måned for å kunne kjøpe hytta om tre år. Hun vil bruke sparekalkulatoren «Sparing mot et mål» på Sinus-sidene. Hvor mye må Berit spare per måned for å kunne kjøpe hytta om tre år?



Oppgave 6.317

Hanne vil kjøpe en ny båt om fire år. Båten koster i dag 400 000 kr. Hun regner med at prisen på båten kommer til å stige med 4,5 % per år. Hanne har spart 240 000 kr på en konto til 3,5 % rente per år, og i tillegg vil hun sette inn 25 000 kr per år på kontoen. Det første beløpet setter hun inn om ett år.

- a) Hvor mye koster båten om fire år? Rund av svaret til nærmeste 1000 kr.
b) Pengene på sparekontoen rekker ikke til ny båt om fem år. Resten av beløpet må Hanne låne. Hvor mye regner Hanne med å låne?

Oppgave 6.318

I 2008 hadde Kjell Ingar (45 år) en alminnelig inntekt på 900 000 kr. Fradragene utgjorde 25 % av personinntekten.

- Finn personinntekten.
- Kjell Ingar fikk 80 000 kr i feriepenger for 2008.
Hvor mye skal han ha i feriepenger i 2009?
- Finn samlet skatt.
- Hvor mange prosent av personinntekten betalte Kjell Ingar i skatt?



Oppgave 6.319

Astrid låner 80 000 kr til kjøp av bil. Lånet er et annuitetslån over tre år med 7,6 % rente per år og én termin i året.

- Bruk en lånekalkulator fra en bank og finn terminbeløpet.
- Lag en betalingsplan for Astrid.
- Hvor mye betaler hun i alt for lånet?

Oppgave 6.320

Ola og Kari skal på en filmfestival. De kjøper to flybilletter á 750 kr eksklusiv merverdiavgift og 6 kinobilletter á 90 kr inklusiv merverdiavgift.

Finn den samlede merverdiavgiften på flybillettene og kinobillettene.



Oppgave 6.321

Familien Huseby ønsker å kjøpe ny bolig. Av inntekten klarer de å spare 14 000 kr i måneden til betaling av renter og avdrag. Bruk en lånekalkulator på Internett.

- Hvor mye kan familien maksimalt låne hvis lånet er et annuitetslån over 25 år?
Bruk bankens egen rente per år.
- Hvor mye kan familien maksimalt låne hvis lånet er et serielån over 25 år?
Bruk bankens egen rente per år.

Anta at det første terminbeløpet (14 000 kr) er like stort for et annuitetslån og et serielån. La i tillegg nedbetalingstida (25 år) være den samme for begge lånetypene.

- Hvorfor vil de da kunne låne mer med et annuitetslån enn med et serielån hvis terminbeløpet skal være det samme?
- Hvilken lånetype betaler de i alt minst for når de summerer alle terminbeløpene over hele perioden?



7 Indeksregning

KATEGORI 1

7.1 Indekser

Oppgave 7.110

Tabellen viser priser og indekser for en liter H-melk.

År	2006	1998
Pris (kr)	x	9,87
Indeks	116,4	100

- Hvilket år regner vi som basisåret her?
- Finn prisen på en liter H-melk i 2006.
- Hvor mange prosent steg indeksen fra 1998 til 2006?
- Hvor mange prosent steg prisen på H-melk fra 1998 til 2006?



Oppgave 7.111

Tabellen viser priser og indekser for kjøttdeig.

År	2006	1998
Pris (kr/kg)	x	64,15
Indeks	123,9	100

- Finn prisen på 1 kg kjøttdeig i 2006.
- Hvor mange prosent steg indeksen fra 1998 til 2006?
- Hvor mange prosent steg prisen på kjøttdeig fra 1998 til 2006?

Oppgave 7.112

Tabellen viser priser og indekser for farin.

År	2006	1998
Indeks	x	100
Pris (kr/kg)	13,10	13,93

Finn indeksen for 1 kg farin i 2006.

Oppgave 7.113

Tabellen viser priser og indekser for 95 oktan blyfri bensin.

År	2006	2002
Pris (kr/liter)	x	9,44
Indeks	127,0	105,9

- a) Finn prisen på en liter 95 oktan blyfri bensin i 2006.
b) Hvor mange prosent steg prisen på 95 oktan blyfri bensin fra 2002 til 2006?

Oppgave 7.114

Tabellen viser priser og indekser for 2 kg hvetemel.

År	1975	2003
Pris (kr)	x	13,01
Indeks	20,5	82,9

- a) Finn prisen på 2 kg hvetemel i 1975.
b) Er prisen på 2 kg hvetemel høyere eller lavere enn 13,01 kr i basisåret 1998?

Oppgave 7.115

Tabellen viser priser og indekser på 250 g meierismør.

År	2006	2001
Pris (kr)	x	12,10
Indeks	127,3	105,3

Finn prisen på 250 g meierismør i 2006.

Oppgave 7.116

Familien Olsen brukte 8500 kr på klær og skotøy i 2000.

Bruk tabellen øverst i høyre spalte og finn hva familien måtte ha betalt for de samme varene i 2007.

År	2007	2000
Pris (kr)	x	8500
Indeks	118,6	111,8



7.2 Konsumprisindeksen

Oppgave 7.120

Tabellen viser forbruket av varer og tjenester for en gjennomsnittshusholdning sammen med konsumprisindeksen.

År	2006	1998
Forbruk (kr)	x	265 476
Indeks	117,7	100

Finn forbruket av varer og tjenester for en slik husholdning i 2006.

Oppgave 7.121

Tabellen viser konsumprisindeksen sammen med forbruket av varer og tjenester for en gjennomsnittshusholdning.

År	2005	1994
Indeks	x	91,9
Forbruk (kr)	305 562	243 972

Finn konsumprisindeksen i 2005.

Oppgave 7.122

Tabellen viser forbruket av varer og tjenester for en gjennomsnittshusholdning sammen med konsumprisindeksen.

År	1920	2004
Forbruk (kr)	x	300 784
Indeks	8,0	113,3

Finn forbruket av varer og tjenester for en slik familie i 1920.

7.3 Reallønn

Oppgave 7.130

Tabellen viser hva Svein tjente i 2007 sammen med konsumprisindeksene for 1998 og 2007.

År	1998	2007
Lønn (kr)	x	390 000
Indeks	100	118,6

Finn reallønna til Svein i 2007.

Oppgave 7.131

Ellen hadde 290 000 kr i reallønn i 2007. Det svarer til en lønn på 290 000 kr i basisåret 1998.

År	2007	1998
Lønn (kr)	x	290 000
Indeks	118,6	100

Finn lønna til Ellen i 2007.



Oppgave 7.132

Ulf hadde en reallønn på 275 000 kr i 2006. Det svarer til en lønn på 275 000 kr i basisåret 1998. Konsumprisindeksen i 2006 var 117,7.

a) Fyll ut tabellen.

År	2006	1998
Lønn (kr)	x	
Indeks		

b) Finn lønna til Ulf i 2006.

Oppgave 7.133

Cecilie hadde en reallønn på 300 000 kr i 2003. Dette svarer til en lønn på 300 000 kr i 1998. Lønna til Cecilie var 330 300 kr i 2003.

a) Fyll ut i tabellen.

År	2003	1998
Indeks	x	100
Lønn (kr)		

b) Finn konsumprisindeksen i 2003.

7.4 Kroneverdi

Oppgave 7.140

Tabellen viser konsumprisindeksen for noen år.

År	2005	2006	2007
Indeks	115,1	117,7	118,6

Finn kroneverdien i 2005, 2006 og 2007.

Oppgave 7.141

- a) Konsumprisindeksen var 11,6 i 1960. Finn kroneverdien i 1960.
b) Konsumprisindeksen var 2,2 i 1900. Finn kroneverdien i 1900.

KATEGORI 2

7.1 Indekser

Oppgave 7.210

Tabellen viser prisindeksen for en pakke med 20 sigaretter.

År	1975	1990	1998	2006
Indeks	14,1	54,0	100	118,6

I basisåret 1998 kostet en pakke med 20 sigaretter 56,30 kr. Finn prisen på en pakke med 20 sigaretter i:

- a) 1975 b) 1990 c) 2006

Oppgave 7.211

Tabellen viser noen verditakster i millioner kroner på en bolig i Oslo og noen prisindekser for den samme boligen.

Fyll ut tabellen.

År	2000	2003	2005	2007
Takst (mill. kr)	3,2	3,7		
Indeks	100		136,2	173,2

7.2 Konsumprisindeksen

Oppgave 7.220

I 1980 var konsumprisindeksen 40,2. Fra 1980 til 1990 steg den med 108,2 %, og fra 1990 til 2007 steg denne indeksen med 41,7 %.

- a) Finn konsumprisindeksen i 1990 og i 2007.
b) Hvor mange prosent steg konsumprisindeksen fra 1980 til 2007?
c) Prisen for en vare har fulgt konsumprisindeksen. Prisen var 30 kr i 1980.
1) Hva kostet denne varen i 2007?
2) Hvor mange prosent gikk prisen på denne varen opp på disse 27 årene?

Oppgave 7.221

Tabellen viser konsumprisindeksen for noen år med 1998 som basisår. Tidligere var 1979 basisåret.

År	1979	1990	1998	2004
Indeks med 1979 som basisår				
Indeks med 1998 som basisår	36,2	83,7	100	113,3

Finn de ukjente indeksene i tabellen med 1979 som basisår.

7.3 Reallønn

Oppgave 7.230

Tabellen viser hva John fikk i lønn i 2002 og i 2007.

År	2002	2007
Lønn (kr)	340 000	365 000
Indeks	110,1	118,6

- a) Finn reallønna til John i 2002 og i 2007.
b) I hvilket år fikk John mest for lønna si?

Oppgave 7.231

Lill tjente 425 000 kr i 2006. Reallønna var da 361 088 kr.

- a) Regn ut konsumprisindeksen i 2006.
b) I 2007 fikk Lill 440 000 kr i lønn. Konsumprisindeksen hadde da økt til 118,6.
1) Hvor mange prosent økte lønna til Lill fra 2006 til 2007?
2) Regn ut reallønna til Lill i 2007.
3) Fikk Lill mer eller mindre for lønna si i 2007 enn året før?

Oppgave 7.232

I 2005 hadde Helge en månedslønn på 36 500 kr. Året etter var månedslønna hans 37 200 kr. Konsumprisindeksen var 115,1 i 2005 og 117,7 i 2006.

- a) Hvor mange prosent gikk lønna opp?
b) Hvor mange prosent gikk reallønna ned?

7.4 Kroneverdi

Oppgave 7.240

I 2006 var kroneverdien 0,8540. I 2007 var kroneverdien 1,27 % lavere.

- a) Finn ved regning konsumprisindeksen i 2006.
b) Finn kroneverdien i 2007.

Oppgave 7.241

I 2005 var konsumprisindeksen 115,1. I 2007 var kroneverdien 0,8432.

- a) Finn kroneverdien i 2005.
b) Hvor mange prosent endret kroneverdien seg fra 2005 til 2007?

BLANDEDE OPPGAVER

Oppgave 7.300

Før 1998 var 1979 basisåret for konsumprisindeksen. Tabellen viser noen kroneverdier med 1998 som basisår.

År	1979	1998	2001	2004
Kroneverdi (med 1998 som basisår)	2,7624	1	0,9199	0,8826
Kroneverdi (med 1979 som basisår)	1			

Fyll ut tabellen.

Oppgave 7.301

Arne tjente 440 000 kr i 2005.

Konsumprisindeksen var da 115,1.

- a) Finn kroneverdien i 2005.
b) Regn ut reallønna til Arne i 2005.
c) Lønna til Arne steg med 5,0 % fra 2005 til 2007. Konsumprisindeksen var 118,6 i 2007.
Regn ut lønna og reallønna til Arne i 2007.

Oppgave 7.302

Konsumprisindeksen var 24,0 i 1974 og 113,3 30 år seinere.

- a) Finn kroneverdien i 1974 og i 2004.
b) Hvor mange prosent steg konsumprisindeksen fra 1974 til 2004?
c) Tonje var 30 år i 2004 og tjente 350 000 kr i året. Faren til Tonje var 30 år i 1974 og tjente 75 000 kr i året. Hvem hadde høyest reallønn av Tonje og faren hennes da de var 30 år?

Oppgave 7.303

I 2000 var gjennomsnittsutgiftene til matvarer og alkoholfrie drikkevarer per husholdning 33 673 kr. Indeksen for denne varegruppen var 104,8 i 2000. I 2007 var indeksen for denne varegruppen steget til 118,6.

Finn gjennomsnittsutgiftene til matvarer og alkoholfrie drikkevarer i 2007.



Oppgave 7.304

Fra basisåret 1998 til 2000 steg konsumprisindeksen med 5,5 %.

- Hvor mange prosent sank kroneverdien fra 1998 til 2000?
- I 2002 var konsumprisindeksen 110,1.
Hvor mange prosent steg konsumprisindeksen fra 2000 til 2002?

Oppgave 7.305

Tabellen skal vise de gjennomsnittlige utgiftene til klær og skotøy per husholdning sammen med den tilsvarende indeksen.

År	2003	2006	2007
Utgifter (kr)	16 287		17 455
Indeks	129,7	140,2	

- Fyll ut tabellen.
- Hva var de gjennomsnittlige utgiftene til klær og skotøy i basisåret 1998?

Oppgave 7.306

- Fra 2000 til 2004 økte konsumprisindeksen med 7,4 %. Konsumprisindeksen var 105,5 i 2000.
 - Hvor mange prosent økte da prisene i gjennomsnitt på de varene som konsumprisindeksen bygger på?
 - Finn ved regning konsumprisindeksen i 2004.
- I 2000 hadde en kvinne 110,80 kr i timelønn. Fra 2000 til 2004 gikk reallønna hennes ned med 1,2 %.
 - Finn reallønna til kvinnen i 2000.
 - Finn reallønna til kvinnen i 2004.
 - Hvor stor timelønn hadde hun i 2004?

Oppgavene 7.307 – 7.311 bygger på denne paragrafen i husleieloven.

UTDRAG FRA HUSLEIELOVEN

§ 4-2 - Indeksregulering

Hver av partene kan kreve leien endret uten oppsigelse av leieforholdet med følgende begrensninger:

- a) endringen må ikke tilsvare mer enn endringen i konsumprisindeksen i tiden etter siste leiefastsetting,
- b) endringen kan tidligst settes i verk ett år etter at siste leiefastsetting ble satt i verk, og
- c) den annen part må gis skriftlig varsel med minst én måneds frist før endringen kan settes i verk.

Oppgave 7.307

Konsumprisindeksen var 100 i 1998 og 118,6 i 2007.

- Hvor mange prosent økte konsumprisindeksen fra 1998 til 2007?

Helt siden 1998 har husleia for en liten leilighet vært 4800 kr per måned. I 2008 skal husleia settes opp, men den prosentvise økningen kan ikke være større enn den prosentvise økningen i konsumprisindeksen fra 1998 til 2007.

- Hvor mye kan husleia settes opp fra 1.1.2008?

Oppgave 7.308

Jonas betalte 1900 kr i månedlig leie for en hybel i 2007. I 2008 ville hybelverten sette opp husleia til 2000 kr per måned. Ifølge husleieloven kan ikke husleieøkningen (i prosent) være større enn økningen i konsumprisindeksen. Bruk konsumprisindeksene for 2006 og 2007 til å finne ut om husleieøkningen er lovlig.

Oppgave 7.309

Konsumprisindeksen var 117,7 i 2006 og 118,6 i 2007.

- Hvor mange prosent økte konsumprisindeksen fra 2006 til 2007?

Husleia for en hybel var 2100 kr per måned i 2007. I 2008 kan denne husleia settes opp, men den prosentvise økningen kan ikke være større enn den prosentvise økningen i konsumprisindeksen fra 2006 til 2007.

- Hva er det høyeste husleia kan bli i 2008?

Oppgave 7.310

Fru Hansen leier ut en hybelleilighet i underetasjen i huset sitt. Tabellen nedenfor viser månedlig husleie i perioden 2004–2007.

År	2004	2005	2006	2007
Husleie (kr)	2600	2600	2650	2700

- Bruk konsumprisindeksene for de samme årene (de står på side 202) og finn ut om husleia har økt mer eller mindre enn konsumprisindeksen
 - fra 2004 til 2006
 - fra 2006 til 2007
- Tenk deg at fru Hansen ikke satte opp husleia i 2006.
Hvor mye kunne hun da tatt i månedlig husleie i 2007?

Oppgave 7.311

Leia for en leilighet var 5600 kr måneden i de ti årene fra 1.1.1998 til 31.12.2007. Fra 1.1.2008 skal så denne husleia settes opp. Ifølge husleieloven må ikke endringen tilsvare mer enn endringen i konsumprisindeksen de siste ti årene.

Bruk konsumprisindeksene for 1998 og 2007 (se side 202) og finn ut hvor mye husleia kan settes opp den 1.1.2008.



Oppgave 7.312

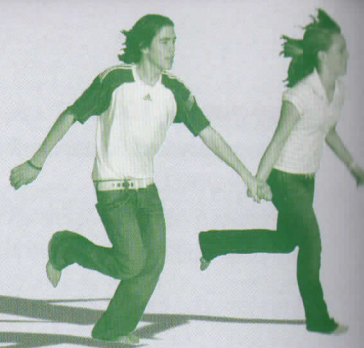
Synnøve tjente 400 000 kr i 2005. Fra 2005 til 2007 gikk lønna hennes opp slik at hun fikk en reallønnsvekst på 2,5 %. Kroneverdien var 0,8688 i 2005 og 0,8496 i 2007.

- Finn ved regning konsumprisindeksene for 2005 og 2007.
- Finn reallønna til Synnøve i 2005.
- Finn reallønna til Synnøve i 2007.
- Finn lønna til Synnøve i 2007.

Oppgave 7.313

- Hilde hadde en reallønn på 325 000 kr i 2006. Konsumprisindeksen var da 117,7.
Hvor mye tjente Hilde i 2006?
- Hilde fikk en lønnsøkning på 4,6 % i 2007.
Hva var lønna til Hilde i 2007?
- I 2007 var konsumprisindeksen 118,6.
Hva var reallønna til Hilde i 2007?

8 Sannsynlighetsregning



KATEGORI 1

8.1 Forsøk med sannsynlighet

Oppgave 8.110

Lars har et pengestykke og vil undersøke om han får like mange krone som mynt når han kaster dette pengestykket mange ganger. Tabellen nedenfor viser noen av resultatene.

Antall kast	Mynt	Krone	Andel mynt	Andel krone
25	15	10	0,60	0,40
50	29		0,58	0,42
100		57	0,43	0,57
200	110	90	0,55	
500	242	258		0,516

- Fyll ut tabellen.
- Syns du tallene i tabellen er rimelige?
- Hva blir etter dette sannsynligheten for å få krone når du kaster med ett pengestykke?



Oppgave 8.111

Tine har en terning og vil finne ut hvor mange seksere hun får når hun kaster denne terningen mange ganger. Tabellen nedenfor viser noen av resultatene.

Antall kast	Seksere	Ikke sekser	Andel seksere
50	10	40	0,20
		81	0,19
200	36		
400		330	0,175
600	102		

- Fyll ut tabellen.
- Hva er sannsynligheten for å få en sekser i et kast med en terning?
- Syns du tallene i tabellen er rimelige?

Oppgave 8.112

En gruppe på fem matematikklere vil prøve å finne sannsynligheten for at en bestemt tegnestift lander med spissen opp. Alle kaster tegnestiften 200 ganger, og resultatene setter de inn i en tabell.

Elev	Kast	Spissen opp
Petter	200	110
Line	200	102
Aina	200	114
Kjell	200	108
Beate	200	106
Sum		

- Finn summen av kolonnene.
- Hva tror du sannsynligheten for spissen opp er med denne tegnestiften?

Oppgave 8.113

Cecilie er en meget god målvakt i håndball. Hun fører statistikk over hvor mange straffer hun redder hver måned.

Måned	Straffer	Reddet
September	38	16
Oktober	45	18
November	32	11
Desember	26	8
Januar	36	17
Februar	43	18
Sum		

- Finn summen av kolonnene.
- Bruk tabellen og anslå sannsynligheten for at Cecilie redder en straffe.

8.2 Simuleringer

Oppgave 8.120

Et ektepar har to barn. Vi skal bruke simulering til å finne sannsynligheten for at begge er gutter. Bruk to mynter og kast dem samtidig. Dersom begge myntene viser krone, sier vi at begge barna er gutter.

- Kast myntene 100 ganger og tell opp hvor mange ganger begge myntene viser krone.
- Finn på denne måten sannsynligheten for at ekteparet har to gutter.

8.3 Uniform sannsynlighet

Oppgave 8.130

Vi kaster en terning.

- Hva er sannsynligheten for å få en femmer?
- Hva er sannsynligheten for å få et oddetall?
- Hva er sannsynligheten for å få et partall?



Oppgave 8.131

Vi trekker et kort fra en godt blandet kortstokk.

- a) Hva er sannsynligheten for å trekke spar ess?
- b) Hva er sannsynligheten for å trekke et ess?
- c) Hva er sannsynligheten for å trekke en spar?

Oppgave 8.132

I klassen til Aisha er det 30 elever. Av dem er 12 jenter og 18 gutter. Læreren trekker tilfeldig en elev til leksehøring.

- a) Hva er sannsynligheten for at Aisha blir trukket ut?
- b) Hva er sannsynligheten for at ei jente blir trukket ut?
- c) Hva er sannsynligheten for at en gutt blir trukket ut?

Oppgave 8.133

I en førsteklasse er det 12 gutter og 15 jenter. De skal velge en ordenselev ved loddtrekning.

- a) Ingvild og Rune går i denne klassen. Hva er sannsynligheten for at enten Ingvild eller Rune blir valgt?
- b) Hva er sannsynligheten for at ordenseleven blir ei jente?
- c) Hva er sannsynligheten for at ordenseleven blir en gutt?

Oppgave 8.134

Et idrettslag har et lotteri. De skal selge 2000 lodd, og det er 1 hovedgevinst og 14 andre gevinster. Vi kjøper et lodd. Finn sannsynligheten for at vi

- a) vinner hovedgevinsten
- b) vinner en gevinst
- c) ikke vinner

Oppgave 8.135

I ei krukke ligger det 3 blå, 4 røde og 5 gule terninger. Terningene er ellers like. Vi trekker tilfeldig en terning fra krukka.

- a) Hva er sannsynligheten for at terningen er blå?
- b) Hva er sannsynligheten for at terningen er rød?
- c) Hva er sannsynligheten for at terningen er gul?



8.4 Sum av sannsynligheter

Oppgave 8.140

Vi trekker et kort fra en godt stokket kortstokk.

- a) Hva er sannsynligheten for at det er en konge eller en dame?
- b) Hva er sannsynligheten for at det er en kløver eller en ruter?
- c) Hva er sannsynligheten for at det er en femmer, sekser eller sjuer?

Oppgave 8.141

I en matematikkgruppe er det 30 elever. 8 elever kommer fra klasse A, 10 elever fra klasse B og 12 elever fra klasse C. Vi trekker tilfeldig ut en elev.

- a) Hva er sannsynligheten for at eleven kommer fra klasse A eller B?
- b) Hva er sannsynligheten for at eleven kommer fra klasse A eller C?
- c) Hva er sannsynligheten for at eleven kommer fra klasse B eller C?

Oppgave 8.142

I et lotteri er det to gevinster, A og B. Sannsynligheten for å vinne A er $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{24}$, og sannsynligheten for å vinne B er $\frac{1}{24}$. Randi kjøper et lodd.

Hva er sannsynligheten for at Randi vinner gevinst A eller B?

Oppgave 8.143

I en stor bolle ligger det 15 epler, der 4 er gule, 5 er grønne og 6 er røde. Du trekker tilfeldig et eple fra bollen.

- a) Hva er sannsynligheten for at du trekker et gult eller et grønt eple?
- b) Hva er sannsynligheten for at du trekker et gult eller et rødt eple?
- c) Hva er sannsynligheten for at du trekker et grønt eller et rødt eple?

8.5 Multiplikasjons-prinsippet

Oppgave 8.150

En eksamensoppgave i matematikk har seks oppgaver. I hver oppgave er det to alternativer. Du skal svare på ett av alternativene i hver oppgave. Hvor mange forskjellige kombinasjoner av oppgaver kan du velge?

Oppgave 8.151

Et fotballag kan ha hvite, røde eller blå trøyer. De kan også velge mellom hvite og blå bukser.

- a) Hvor mange forskjellige fotball-drakter kan da dette laget spille med?
- b) Skriv ned alle draktkombinasjonene.



Oppgave 8.152

Geir skal ha ny tapet og nytt golvteppe på rommet sitt. Han kan velge mellom hvitt eller gult tapet. Golvteppeet kan være hvitt, grått, blått eller grønt.

- a) Hvor mange kombinasjoner blir det?
- b) Skriv opp alle kombinasjonene.

Oppgave 8.153

På en restaurant kan du velge mellom 5 forretter, 7 hovedretter og 4 desserter. Hvor mange kombinasjoner er det hvis du ønsker deg en treretters middag?

Oppgave 8.154

På et spørreskjema er det tre spørsmål. For hvert spørsmål er det tre svaralternativer: ja, nei og vet ikke. Hvor mange svarkombinasjoner er det?

Oppgave 8.155

Ruth har tre skjørt, fem bluser, tre par sko og fire hatter.

- a) Hvor mange forskjellige antrekk kan hun velge mellom?
- b) Ruth bestemmer seg for å ta den hvite hatten. Hvor mange forskjellige antrekk kan hun nå velge mellom?

8.6 Produkt av sannsynligheter

Oppgave 8.160

- a) Hva er sannsynligheten for å få en toer i et kast med en terning?
- b) Hva er sannsynligheten for å få to toere i et kast med to terninger?

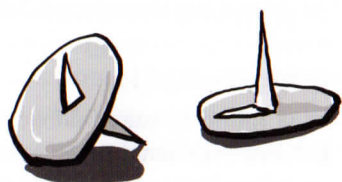
Oppgave 8.161

Vi kaster en mynt tre ganger. Hva er sannsynligheten for å få krone tre ganger?

Oppgave 8.162

Du kaster en tegnestift. Sannsynligheten for at denne tegnestiften lander med spissen opp, er 0,55. Du kaster tegnestiften to ganger.

- Hva er sannsynligheten for at tegnestiften lander med spissen opp begge gangene?
- Hva er sannsynligheten for at den først lander med spissen opp og i neste kast med spissen ned?



Oppgave 8.163

Sannsynligheten for at et bestemt tog er i rute en tilfeldig valgt dag, er 0,85.

- Hva er sannsynligheten for at toget ikke er i rute?
- Hva er sannsynligheten for at toget er i rute to dager etter hverandre?
- Hva er sannsynligheten for at toget er i rute en dag, men ikke den neste dagen?

Oppgave 8.164

Marita er en god straffeskytter i håndball. Sannsynligheten for at hun lager mål på straffekast, er 0,90.

I en kamp tar hun tre straffekast.

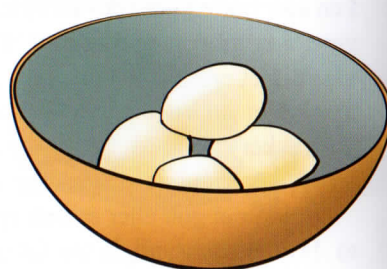
- Hva er sannsynligheten for at hun lager mål på alle tre straffekastene?
- Hva er sannsynligheten for at hun lager mål på de to første straffekastene og ikke mål på det siste straffekastet?

8.7 Avhengige hendinger

Oppgave 8.170

I en bolle ligger det fire egg. Ett av eggene er dårlig. Vi trekker tilfeldig to egg fra bollen uten å legge eggene tilbake.

Hva er sannsynligheten for at vi trekker to friske egg?



Oppgave 8.171

I en skål ligger det tre røde og to svarte sukkertøy. Du får trekke tilfeldig to sukkertøy.

- Hva er sannsynligheten for at du trekker to svarte sukkertøy?
- Hva er sannsynligheten for at du trekker to røde sukkertøy?

Oppgave 8.172

I lommeboka har du sju mynter: tre norske 10-kroner og fire 1-euro. Du trekker tilfeldig to av myntene opp av lommeboka.

- Hva er sannsynligheten for at du trekker to euromynter?
- Hva er sannsynligheten for at du trekker to norske 10-kroner?

Oppgave 8.173

Du har en CD med 15 melodier, og du liker spesielt godt 6 av disse melodiene. Så lar du CD-spilleren din velge tilfeldig to forskjellige melodier til avspilling. Hva er sannsynligheten for at du får høre to av de melodiene du liker spesielt godt?

KATEGORI 2

8.1 Forsøk med sannsynlighet

Oppgave 8.210

Vibeke har et pengestykke og vil undersøke hvor ofte hun får krone når hun kaster med dette pengestykket. I tabellen nedenfor har hun notert noen av resultatene.

Antall kast	Krone	Andel mynt	Andel krone
50	20		
100	56		
200	90		
300	160		
500	242		

- Fyll ut tabellen.
- Syns du tallene du har regnet ut, er rimelige?
- Hva blir etter dette sannsynligheten for å få krone når du kaster med ett pengestykke?



Oppgave 8.211 (gruppeoppgave)

Alle i gruppen kaster en terning 100 ganger.

- Skriv opp hvor mange ganger du får hvert av de seks utfallene.
- Legg sammen resultatene fra alle i gruppen.
- Hva mener du sannsynligheten blir for hvert av de seks utfallene?
- Virker tallene rimelige?

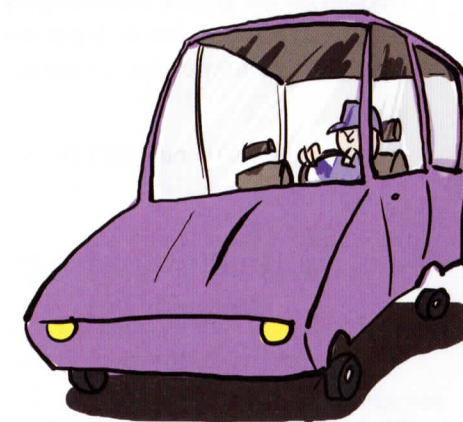
Oppgave 8.212

På en veistrekning er høyeste tillatte fart 60 km/h. I løpet av ei uke målte politiet farten til alle bilene som kjørte denne veistrekningen. Tabellen viser resultatene.

Fart	Biler
60 km/h eller lavere	7266
60 km/h – 70 km/h	4213
70 km/h – 80 km/h	1012
Over 80 km/h	255

Vi velger tilfeldig en bil som kjørte strekningen en gang i denne perioden.

- Hva er sannsynligheten for at bilen hadde lovlig fart?
- Hva er sannsynligheten for at farten var mellom 60 km/h og 70 km/h?
- Hva er sannsynligheten for at farten var mellom 70 km/h og 80 km/h?
- Hva er sannsynligheten for at farten var over 60 km/h?
- Hva er sannsynligheten for at farten var over 80 km/h?



8.2 Simuleringer

Oppgave 8.220

Et ektepar har to barn. Ved simulering skal vi finne sannsynligheten for at det er to jenter. Vi kaster to mynter 100 ganger og teller hvor mange ganger begge viser krone, hvor mange ganger den ene viser mynt og den andre viser krone, og hvor mange ganger begge viser mynt.

Dersom begge myntene viser krone, sier vi at det er to jenter.

- Hvor mange ganger fikk du to krone blant de 100 kastene?
- Hva tror du sannsynligheten er for at ekteparet har to jenter?
- Hva tror du sannsynligheten er for at ekteparet har to gutter?
- Hva tror du sannsynligheten er for at den ene er jente og den andre gutt?
- Hva tror du sannsynligheten er for at den eldste er gutt og den yngste er jente?

Oppgave 8.221

Vi skal simulere kast med to terninger digitalt. For simulering med datamaskin henviser vi til Sinus-sidene på Internett. Dersom du har grafisk lommeregner (Casio eller Texas), kan du legge inn uttrykket nedenfor og løse oppgaven.

Texas:

$$10 \times \text{randInt}(1,6) + \text{randInt}(1,6)$$

Casio:

$$10 \times \text{Int}(6 \times \text{Ran}\# + 1) +$$

$$\text{Int}(6 \times \text{Ran}\# + 1)$$

- Trykk på **ENTER** eller **EXE**. Hvordan kan dette svaret brukes i denne oppgaven?
- Trykk 100 ganger på **ENTER** / **EXE** og tell hvor mange ganger du får to like.
- Hvor stor andel av «kastene» gav to like?
- Hva er sannsynligheten for å få to like i kast med to terninger?

8.3 Uniform sannsynlighet

Oppgave 8.230

I et kakebatteri er det 1000 lodd. Loddene er nummerert fra 1 til 1000. Hvis lodd-nummeret slutter på 33, er det et vinnerlodd. Vi kjøper et tilfeldig valgt lodd.

- Finn sannsynligheten for at vi vinner.
- Finn sannsynligheten for ikke å vinne.

Oppgave 8.231

En videregående skole har 450 elever. Ved skolevalget et år fordelte stemmene seg slik: SV 135, Arbeiderpartiet 81, Høyre 72, Fremskrittspartiet 54, andre partier 36.

- Hvor mange prosent av elevene deltok i skolevalget?
- Vi velger tilfeldig en elev fra skolen.
 - Finn sannsynligheten for at denne eleven stemte på SV.
 - Finn sannsynligheten for at eleven stemte på Høyre eller Fremskrittspartiet.
 - Finn sannsynligheten for at eleven ikke stemte ved skolevalget.

Oppgave 8.232

Når vinnerrekka i spillet Lotto skal trekkes ut, bruker de kuler med tallene fra 1 til 34.

- Hva er sannsynligheten for at den første kula som blir trukket ut, har en verdi mindre enn 11?
- Hva er sannsynligheten for at den første kula som blir trukket ut, har en verdi større enn eller lik 20?
- De seks første kulene som blir trukket ut, har verdiene 2, 12, 18, 21, 27 og 30. Tenk deg at du har disse tallene på lottokupongen din, og at du videre har tallene 3, 15 og 32. Hvor stor er sannsynligheten for at du også får det sjuende og siste tallet riktig, og dermed vinner den største premien?

8.4 Sum av sannsynligheter

Oppgave 8.240

I en matematikkgruppe på vg1 er det 4 elever fra A-klassen, 6 elever fra B-klassen, 8 elever fra C-klassen og 12 elever fra D-klassen. Vi velger tilfeldig en elev.

Hva er sannsynligheten for at

- eleven kommer fra A-klassen eller B-klassen
- eleven kommer fra C-klassen eller D-klassen
- ikke kommer fra D-klassen

Oppgave 8.241

Vi trekker et kort fra en godt blandet kortstokk.

Finn sannsynligheten for at

- kortet er enten et honnørkort (knekt, dame, konge eller ess) i spar eller en kløver
- kortet er enten et ess eller en konge
- kortet ikke er et honnørkort og ikke spar

Oppgave 8.242

På en prøve i matematikk i første klasse var det to vanskelige oppgaver, IV og V. Av de 27 elevene i klassen var det 7 som klarte både IV og V. 5 elever klarte IV, men ikke V. 3 elever klarte V, men ikke IV.

- Lag en tabell som viser situasjonen.
- Hvor mange klarte verken oppgave IV eller oppgave V?
- Hvor mange klarte ikke oppgave IV?
- Hvor mange klarte ikke oppgave V?
- Vi velger tilfeldig en elev fra klassen. Hva er sannsynligheten for at
 - eleven klarte både IV og V
 - eleven klarte verken IV eller V
 - eleven klarte bare den ene av de to oppgavene

Oppgave 8.243

I klassen til Katrine er det 30 elever.

16 av dem liker kaviar, og 12 liker leverpostei. Av disse er det 8 som liker både kaviar og leverpostei.

- Fyll ut tabellen.

	Liker leverpostei	Liker ikke leverpostei	Sum
Liker kaviar			
Liker ikke kaviar			
Sum			

- Finn sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev liker både kaviar og leverpostei.
- Finn sannsynligheten for at en tilfeldig valgt elev liker kaviar eller leverpostei eller begge deler.

Oppgave 8.244

Om to hendinger A og B som ikke har noen felles utfall, vet vi at

$$P(A) = \frac{3}{5}$$

og

$$P(A \text{ eller } B) = \frac{7}{10}$$

Finn $P(B)$.

8.5 Multiplikasjonsprinsippet

Oppgave 8.250

I en klasse med 27 elever skal læreren høre 3 elever. Han trekker tilfeldig en om gangen fra en liste og hører dem i den rekkefølgen de ble trukket ut. Hvor mange kombinasjoner fins det?

Oppgave 8.251

En forretning selger maling på boks. Vi kan velge mellom 8 forskjellige farger og 3 forskjellige boksstørrelser. Malingen kan være matt, halvblank eller blank. Hvor mange forskjellige typer er det å velge mellom?



Oppgave 8.252

På en CD er det 15 melodier.

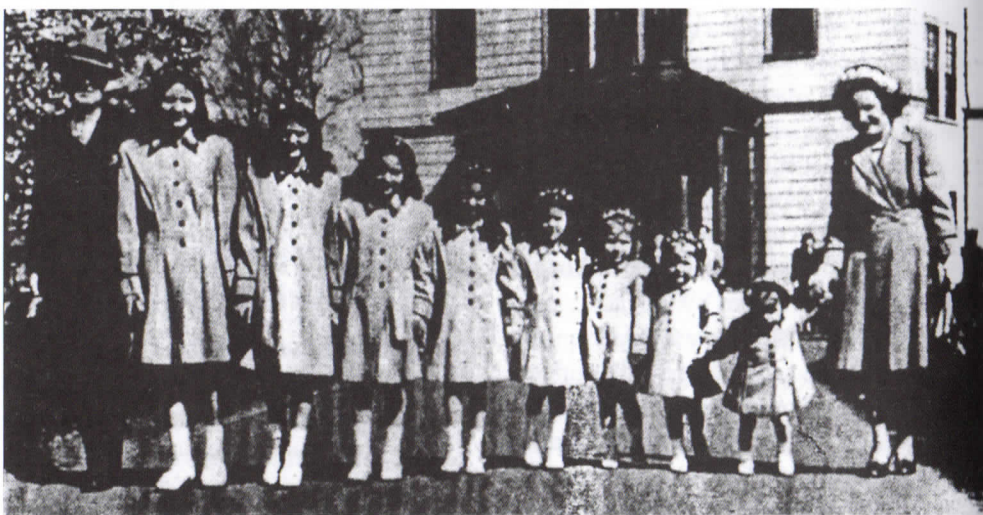
- a) Du lar CD-spilleren velge ut tre av melodiene tilfeldig og spille dem i en bestemt rekkefølge.
- 1) Hvor mange slike utvalg fins det når en melodi kan spilles flere ganger?
 - 2) Hvor mange slike utvalg fins det når en melodi ikke kan spilles flere ganger?
- b) Du har en favorittmelodi på denne plata.
Hva er sannsynligheten for at favorittmelodien din blir spilt først?

8.6 Produkt av sannsynligheter

Oppgave 8.260

En familie får åtte barn.

Hvor stor er sannsynligheten for at barneflokken blir som på bildet nedenfor når vi antar at det er like stor sannsynlighet for å få gutt som det er for å få jente?



Oppgave 8.261

Vi kaster en tikrone tre ganger.

- a) Hva er sannsynligheten for å få mynt alle tre gangene?
 - b) Hva er sannsynligheten for å få krone alle tre gangene?
 - c) Hva er sannsynligheten for å få krone i de to første kastene og så mynt?
- d) 1) På hvor mange måter kan vi få to krone og en mynt når vi kaster tikronen tre ganger?
2) Finn sannsynligheten for å få to krone og en mynt.

Oppgave 8.262

Vi kaster en tegnestift tre ganger.

Sannsynligheten for at tegnestiften skal lande med spissen opp, er 0,54.

- a) Finn sannsynligheten for at den lander med spissen opp hver gang.
- b) Finn sannsynligheten for at den lander med spissen ned hver gang.
- c) Finn sannsynligheten for at den lander med spissen opp de to første gangene og spissen ned den tredje gangen.

Oppgave 8.263

Vi regner med at sannsynligheten for at billetten blir kontrollert på T-banen, er 0,05. Ola tar T-banen 10 ganger i løpet av en uke.

- a) Hvor stor er sannsynligheten for at Ola ikke blir kontrollert denne uka?
- b) Hvor stor er sannsynligheten for at Ola blir kontrollert minst én gang i denne uka?
- c) Ola kjøper alltid enkeltbillett til 30 kr. Dersom han blir tatt uten billett, er boten 750 kr.
Vurder om det i lengden lønner seg økonomisk å snike på T-banen.

Oppgave 8.264

For to uavhengige hendinger A og B vet vi at

$$P(A) = \frac{1}{8} \text{ og } P(A \text{ og } B) = \frac{1}{10}$$

Finn $P(B)$.

8.7 Avhengige hendinger

Oppgave 8.270

Du trekker to kort fra en godt stokket kortstokk.

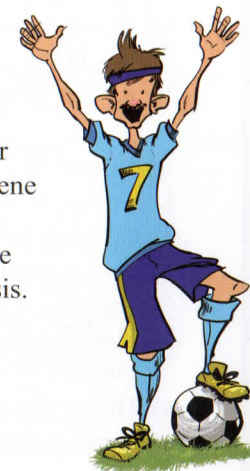
Finn sannsynligheten for at

- a) det første kortet er spar og det andre kortet er spar
- b) det første kortet er honnørkort og det andre kortet er honnørkort
- c) det første kortet er spar og det andre kortet er ruter

Oppgave 8.271

For at fotballaget Aktiv skal kunne rykke opp en divisjon, må laget i de tre siste kampene slå både Godfot, Kjappfot og Bravo. Sannsynligheten for at Aktiv slår de tre lagene, er henholdsvis 0,80, 0,75 og 0,60.

- a) Finn sannsynligheten for at Aktiv rykker opp.
- b) Finn sannsynligheten for at Aktiv slår Godfot, men at Aktiv ikke slår Kjappfot og Bravo.
- c) Gi noen grunner for at utregningene i oppgave a og oppgave b neppe stemmer i praksis.

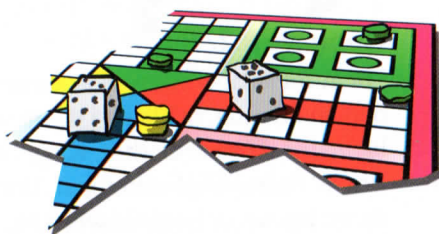


BLANDEDE OPPGAVER

Oppgave 8.300

I spillet Ludo må du kaste en terning og få sekser for å få en brikke ut på brettet. Du får inntil tre forsøk per omgang.

- Hva er sannsynligheten for å få en sekser i ett kast?
- Hva er sannsynligheten for ikke å få sekser i ett kast?
- Hva er sannsynligheten for å komme ut på brettet i akkurat det andre kastet? (Ikke sekser i det første kastet, men sekser i det andre kastet.)
- Hva er sannsynligheten for å komme ut på brettet i akkurat det tredje kastet?
- Hva er sannsynligheten for at du ikke får sekser i dine tre kast?
- Hva er sannsynligheten for å komme ut på brettet i første omgang?



Oppgave 8.301

I et lotteri er det to gevinster A og B. Sannsynligheten for å vinne gevinst A er $\frac{1}{20}$, og sannsynligheten for å vinne gevinst B er $\frac{1}{30}$. Hva er sannsynligheten for å vinne på et lodd?

Oppgave 8.302

I en klasse er det 12 gutter og 18 jenter. To elever skal trekkes ut til en jobb.

- Hva er sannsynligheten for at de to er jenter?
- Hva er sannsynligheten for at de to er gutter?
- Hva er sannsynligheten for at den første er jente og den andre er gutt?

Oppgave 8.303

En matematikkgruppe er satt sammen av elever fra klasse A og B slik tabellen viser.

	A	B
Gutt	5	8
Jente	7	6

- En dag gav læreren tre oppgaver i lekse. En av oppgavene kunne velges blant fem oppgaver i kategori 1, en annen oppgave blant fire i kategori 2 og den tredje oppgaven blant to blandede oppgaver. Hvor mange kombinasjoner av oppgaver kunne da en elev velge blant?

Vi trekker tilfeldig ut en elev fra gruppen.

- Finn sannsynligheten for at eleven er ei jente.
- Finn sannsynligheten for at eleven går i klasse B.
- Finn sannsynligheten for at eleven er en gutt og går i klasse A.
- Finn sannsynligheten for at eleven er en gutt når han går i klasse A.

Oppgave 8.304

I Snøland kommer nedbøren som snø, og sannsynligheten for at det snør en dag, er 0,7, uavhengig av hvordan været har vært den siste uka.

- Hva er sannsynligheten for at det kommer snø en dag og ikke den neste dagen?
- Hva er sannsynligheten for at det snør mandag, onsdag og fredag i ei uke?
- Hva er sannsynligheten for at det snør i ei hel uke?
- Hva er sannsynligheten for at det er oppholdsvær minst én dag i uka?

Oppgave 8.305

Frank skal være tre døgn i Nordland. Han finner ut at det er tre byer som ligger passe til, og han bestemmer seg for å overnatte ei natt i hver av disse tre byene. Hver by har fire campingplasser, tre hoteller og fem andre overnattingsmuligheter.

- Hvor mange overnattingssteder har hver by?
- Hvor mange overnattingsmuligheter har Frank når han velger de tre byene i en bestemt rekkefølge?

Oppgave 8.306

Et minibankkort har en firesifret kode med tall fra 0 til 9.

- Hvor mange ulike koder går det an å lage?
- Hvor mange ulike koder kan vi lage hvis tallene skal være forskjellige?



Oppgave 8.307

Erik har fire reine skjorter, tre par reine bukser, to reine gensere og fem par reine sokker. Han bruker bukse, skjorte, genser og sokker når han kler seg.

- Hvor mange forskjellige måter kan han kle seg på når han skal ta på seg reine klær?
- To av skjortene passer dårlig til ei av buksene, så de bør ikke brukes sammen. Hvor mange valgmuligheter har Erik nå?

Oppgave 8.308

Ole Einar er en god skiskytter. Sannsynligheten for at han treffer blinken med et skudd, er 0,86. I en konkurranse skyter han på fem blinker.

- Hva er sannsynligheten for at han treffer blinken med alle fem skuddene?
- Hva er sannsynligheten for at han bommer på det første skuddet og treffer på resten?
- Hva er sannsynligheten for at han bommer på første, treffer på de tre neste og bommer på det siste skuddet?

Oppgave 8.309

Per er en dag i butikken og kjøper epler. Han kjøper 3 gule, 6 røde og 9 grønne epler. Når han kommer hjem, legger han alle eplene i en dyp bolle. Han trekker tilfeldig ett eple opp fra bollen.

- Hva er sannsynligheten for at det er et gult eple?
- Hva er sannsynligheten for at eplet er rødt eller grønt?

Per legger eplet tilbake i bollen. Så trekker han tilfeldig to epler opp fra bollen, men legger det første eplet tilbake i bollen før han trekker det andre.

- Hva er sannsynligheten for at begge eplene er grønne?

Med alle eplene på plass i bollen igjen trekker Per tilfeldig to nye epler etter hverandre. Denne gangen legger han ikke det første eplet tilbake i bollen før han trekker det andre.

- Hva er nå sannsynligheten for at begge eplene er grønne?
- Hva er sannsynligheten for at nøyaktig ett av eplene er grønt?

Oppgave 8.310

Når Trond skal kle på seg om morgenen, kan han alltid velge mellom fem T-trøyer, fire gensere og tre bukser.

- Hvor mange ulike kombinasjoner av påkledninger kan Trond velge blant når han skal ha på seg ei bukse, en genser og ei T-trøye?
- Trond kommer av forskjellige årsaker ofte for seint på skolen. Vi regner med at det er 20 % sjanse for at han kommer for seint til første time hver dag.
 - Hva er sannsynligheten for at han kommer for seint til første time både mandag og tirsdag i ei uke?
 - Hva er sannsynligheten for at han kommer tidsnok til første time mandag og tirsdag i ei uke?
 - Hva er sannsynligheten for at han kommer tidsnok alle fem dagene i uka?
 - Hva er sannsynligheten for at han kommer for seint minst én gang i uka?

Oppgave 8.311

I klassen til Pia og Gaute er det 16 gutter og 14 jenter. Læreren trekker tilfeldig en elev til leksehøring.

- Hva er sannsynligheten for at en gutt blir trukket ut?
- Hva er sannsynligheten for at ei jente blir trukket ut?
- Hva er sannsynligheten for at Pia eller Gaute blir trukket ut?

Oppgave 8.312

Vi kaster med fem terninger. Hva er sannsynligheten for å få

- fem seksere
- ingen seksere
- minst én sekser
- fem like (yatzy)

Oppgave 8.313

Steinar er en god målvakt i håndball. Sannsynligheten for at han redder et straffekast, er 0,48. I en kamp fikk motstanderlaget tre straffekast.

- Hva er sannsynligheten for at Steinar redder alle straffekastene?
- Hva er sannsynligheten for at han ikke redder noen straffekast?
- Hva er sannsynligheten for at han redder minst ett straffekast?

Oppgave 8.314

Målfrid Kurven spiller basketball. Hun har funnet ut at hun skårer på 75 av 100 straffekast.

- Hva er sannsynligheten for at hun skårer på et straffekast?
- Hva er sannsynligheten for at hun ikke skårer på et straffekast?

I basketball blir et lag ofte tildelt to straffekast ved et regelbrudd. Ved et regelbrudd i en kamp skal Målfrid ta begge straffekastene.

- Hva er sannsynligheten for at Målfrid skårer på begge straffekastene?
- Hva er sannsynligheten for at hun skårer bare på det siste straffekastet?
- Hvilken sannsynlighet blir beregnet med regnestykket

$$1 - 0,25 \cdot 0,25 = 0,94$$

- Målfrid spiller for laget Vinn. Vinn er kommet til semifinalen i cupmesterskapet. Sannsynligheten for at Vinn vinner semifinalen, er 0,6. Dersom Vinn vinner i semifinalen, er sannsynligheten 0,7 for at de taper i finalen. Hva er sannsynligheten for at Vinn blir cupmestere?

Oppgave 8.315

I klassen til Stompa er det 27 elever. Lektor Tørdal hører alltid 3 nye elever i lekse hver time. I den første timen trekker alle elevene hver sin lapp. Tre av lappene har kryss. Den som får en slik lapp med kryss, blir hørt. I den andre timen trekker de elevene som ikke ble hørt i den første timen, hver sin nye lapp. Det er fremdeles tre lapper med kryss.

- Hva er sannsynligheten for at Stompa blir hørt i den første timen?
- Hva er sannsynligheten for at Stompa ikke blir hørt i den første timen?
- Hva er sannsynligheten for at Stompa blir hørt i den andre timen hvis han ikke ble hørt i den første?
- Hva er sannsynligheten for at Stompa ikke blir hørt i den andre timen?
- Hva er sannsynligheten for at Stompa ikke blir hørt i de to første timene?

Oppgave 8.316

I en klasse på vg1 er det 16 gutter og 14 jenter. Tabellen nedenfor viser hvordan de har fordelt seg på matematikkursene 1T og 1P.

	1T	1P
Gutter	10	6
Jenter	12	2

Vi velger tilfeldig en elev fra klassen.

- Hva er sannsynligheten for at eleven er ei jente?
- Hva er sannsynligheten for at eleven er en gutt?
- Hva er sannsynligheten for at eleven har valgt 1P?
- Hva er sannsynligheten for at eleven er ei jente når vi vet at eleven har valgt 1T?
- Hva er sannsynligheten for at eleven har valgt 1P når vi vet at det er en gutt?

Oppgave 8.317

I et lotteri er det 150 lodd som ikke gir gevinst, 30 lodd som gir gevinst A, 15 lodd som gir gevinst B, og 5 lodd som gir gevinst C. Vi kjøper et tilfeldig valgt lodd.

- Hva er sannsynligheten for ikke å vinne?
- Hva er sannsynligheten for å vinne gevinst A?
- Hva er sannsynligheten for å vinne gevinst B?
- Hva er sannsynligheten for å vinne gevinst C?
- Hva er sannsynligheten for å vinne?

Oppgave 8.318

Tone trener til skytterprøven. Hun skyter fire skudd. Gå ut fra at sannsynligheten for å treffe er 0,9 i hvert skudd.

- Hva er sannsynligheten for at Tone
 - treffer med alle fire skuddene
 - bommer med alle fire skuddene
 - treffer med minst ett skudd
- Skriv opp alle de mulige utfallene av skuddserien.
- Hva er sannsynligheten for at hun treffer to av fire ganger?



Oppgave 8.319

En høstkveld ble dekk og lys kontrollert på 620 biler. Kontrollen viste at 34 biler kjørte med for dårlige dekk, og at 28 kjørte med for dårlig lys. Av disse bilene var det 10 biler som både hadde for dårlige dekk og for dårlig lys.

a) Fyll ut tabellen.

	Dårlig lys	Godkjent lys	Sum
Dårlige dekk			
Godkjente dekk			
Sum			

Finn sannsynligheten for at en tilfeldig valgt av de kontrollerte bilene

- b) hadde for dårlige dekk
- c) hadde for dårlig lys
- d) enten hadde for dårlige dekk eller for dårlig lys eller begge deler
- e) hadde gode nok dekk og godt nok lys

Oppgave 8.320 (gruppeoppgave)

Alle i gruppen kaster to terninger 100 ganger.

- a) Skriv opp hvor mange ganger summen av øyne blir 5.
- b) Legg sammen resultatene fra alle i gruppen og anslå sannsynligheten for at summen av øyne blir 5.
- c) Klarer du å finne sannsynligheten for denne hendingen på annen måte?

9 Funksjoner

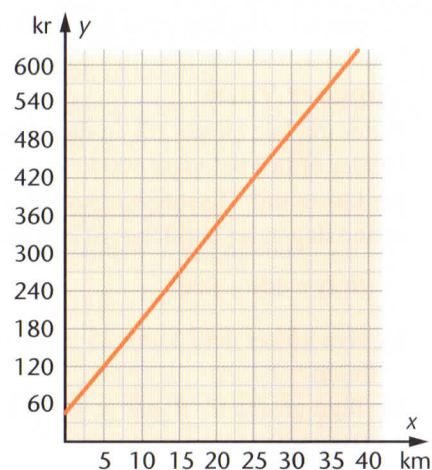


KATEGORI 1

9.1 Grafer

Oppgave 9.110

Petter tar ofte drosje. Grafen nedenfor viser sammenhengen mellom prisen i kroner på en drosjetur og lengden på turen målt i kilometer.

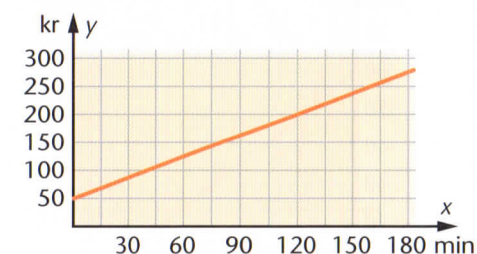


- a) En dag kjørte han 15 km med drosje. Hva måtte han betale for den turen?

- b) Omtrent hvor mange kilometer kan han kjøre for 420 kr?

Oppgave 9.111

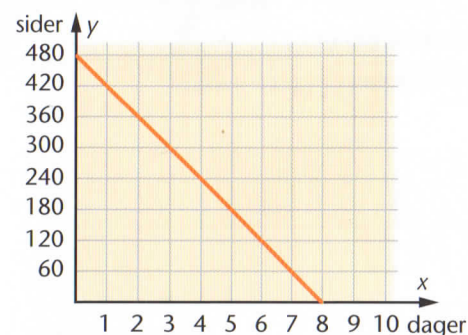
Frida har mobiltelefon. På en graf kan hun lese av utgiftene til bruk av telefonen når hun bare bruker den til samtaler. I denne oppgaven ser vi bort fra startavgift per samtale.



- a) En måned snakket hun til sammen i to timer. Hvor store var utgiftene til telefonen denne måneden?
- b) En annen måned hadde hun ikke råd til å bruke mer enn 150 kr på mobiltelefonen. Hvor mange minutter kunne hun da snakke til sammen?

Oppgave 9.112

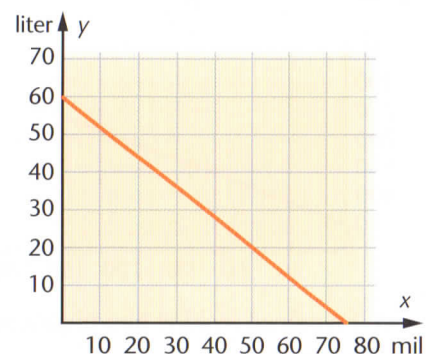
Aud skal lese 60 sider i en bok hver dag. Grafen nedenfor viser hvor mange sider hun har igjen å lese de neste dagene.



- Hvor mange sider er boka på?
- Når har hun igjen 120 sider?
- Hvor mange dager har hun lest når det er igjen 300 sider?
- Hvor lang tid bruker hun på hele boka?

Oppgave 9.113

Lise skal kjøre langt med bilen og fyller bensintanken helt opp før start. Grafen viser hvordan bensinmengden minker med avstanden.



- Hvor mye rommer bensintanken?
- Hvor mye er det igjen på tanken når Lise har kjørt 50 mil?
- Hvor langt har hun kjørt når det er 40 liter bensin igjen?
- Hvor langt kan Lise kjøre før tanken er tom?

9.2 Funksjonsbegrepet

Oppgave 9.120

Regn ut $f(0)$, $f(2)$ og $f(4)$ når

$$f(x) = 2x + 4$$

Oppgave 9.121

Regn ut $f(0)$, $f(2)$ og $f(3)$ når

$$f(x) = 5x - 12$$

Oppgave 9.122

Regn ut $g(0)$, $g(2)$ og $g(-1)$ når

$$g(x) = -2x + 6$$

Oppgave 9.123

På treningsinstituttet *Kondis* betaler Line 800 kr året i treningsavgift. I tillegg betaler hun 20 kr per gang hun er på instituttet. Etter x treninger er utgiftene $U(x)$ i kroner

$$U(x) = 20x + 800$$

- Hva koster det å trene 100 ganger i året?
- Tegn grafen til U når x er mellom 0 og 200.
- Bruk grafen til å finne hvor mange ganger Line kan trene for 4000 kr.

Oppgave 9.124

Petter må leie en stor bil en dag. Han betaler et fast beløp på 800 kr og 40 kr per kjørt mil. Dersom han kjører x mil denne dagen, er utgiftene $B(x)$ i kroner

$$B(x) = 40x + 800$$

- Hva koster det å kjøre 25 mil med bilen?
- Tegn grafen til B når x er mellom 0 og 100.
- Bruk grafen til å finne hvor mange mil Petter kan kjøre for 2400 kr.

9.3 Andregradsfunksjoner

Oppgave 9.130

Regn ut $f(1)$, $f(3)$ og $f(-1)$ når

$$f(x) = x^2 + 1$$

Oppgave 9.131

Regn ut $g(0)$, $g(1)$ og $g(2)$ når

$$g(x) = 3x^2 - 4$$

Oppgave 9.132

Regn ut $h(0)$, $h(1)$ og $h(2)$ når

$$h(x) = 3x^2 + 2x$$

Oppgave 9.133

Regn ut $f(0)$, $f(2)$ og $f(-2)$ når

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 1$$

Oppgave 9.134

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 - 2x$$

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	8			-1		3	

- Kontroller de utregnede funksjonsverdiene i tabellen.
- Fyll ut tabellen.
- Tegn grafen til f i et koordinatsystem når x er mellom -2 og 4.

Oppgave 9.135

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 + 2x + 1$$

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	9	4		0	1		

- Kontroller de utregnede funksjonsverdiene i tabellen.
- Fyll ut tabellen.

- Tegn grafen til f på ruteark når x er mellom -4 og 2.
- Tegn grafen til f digitalt.

Oppgave 9.136

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = -x^2 + 4$$

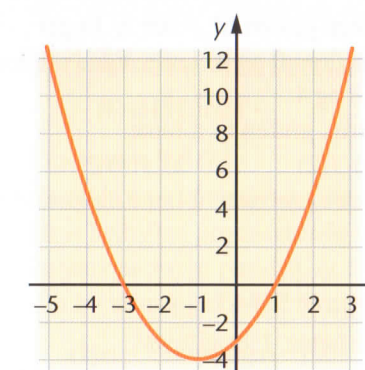
x	-3	-1	2	5
$f(x)$	13	3	0	21

- Det er to feil i tabellen. Finn feilene og rett opp i tabellen.
- Tegn grafen til f i et koordinatsystem når x er mellom -3 og 5.
- Tegn grafen til f digitalt.

9.4 Nullpunkt, toppunkt og bunnpunkt

Oppgave 9.140

Grafen til en funksjon f er tegnet nedenfor.

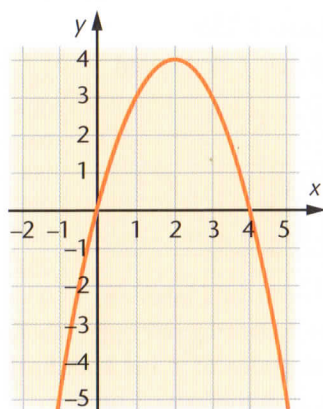


Bruk grafen til å finne

- $f(0)$
- $f(2)$
- nullpunktene til f
- bunnpunktet til f

Oppgave 9.141

Grafen til en funksjon f er tegnet nedenfor.



Bruk grafen til å finne

- a) $f(0)$ og $f(-1)$
- b) nullpunktene til f
- c) toppunktet til f

Oppgave 9.142

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 2x - 6$$

- a) Tegn grafen til f når x ligger mellom 0 og 4. La y ligge mellom -8 og 4.
- b) Bruk grafen til å finne
 - 1) $f(2)$
 - 2) $f(4)$
- c) Bruk grafen til å finne nullpunktet til f .

Oppgave 9.143

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = -x + 4$$

- a) Tegn grafen til f når x ligger mellom 0 og 6. La y ligge mellom -3 og 5.
- b) Bruk grafen til å finne
 - 1) $f(1)$
 - 2) $f(5)$
- c) Bruk grafen til å finne nullpunktet til f .

Oppgave 9.144

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = x^2 - 4x$$

- a) Tegn grafen til f . Velg x mellom -2 og 5 når du tegner grafen.
- b) Bruk grafen til å finne
 - 1) nullpunktene til f
 - 2) bunnpunktet til f

Oppgave 9.145

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = -x^2 + 2x$$

- a) Tegn grafen til f . Velg x mellom -1 og 3 når du tegner grafen.
- b) Bruk grafen til å finne
 - 1) nullpunktene til f
 - 2) toppunktet til f

9.5 Lineære matematiske modeller

Oppgave 9.150

Tabellen viser elgbestanden y i et område x år etter 2004 for noen verdier av x .

År	2004	2006	2008
x	0	2	4
y	1800	2000	2200

- a) Marker samsvarende verdier for x og y i et koordinatsystem og undersøk om punktene ligger på ei rett linje.
- b) Hvor mye har elgbestanden økt med per år?
- c) Forklar hvorfor linja med likningen
$$y = 100x + 1800$$
er en god modell for utviklingen av tallet på elg i dette området.
- d) Hva vil elgbestanden være i år 2012 hvis utviklingen fortsetter på den samme måten?

Oppgave 9.151

Forskere har med spesielle metoder undersøkt mengden av ørret i en innsjø. Tabellen viser omtrent hvor mange ørreter y det var i innsjøen x år etter 2004 for noen verdier av x .

År	2004	2006	2008
x	0	2	4
y	900	800	700

- a) Marker samsvarende verdier for x og y i et koordinatsystem og undersøk om punktene ligger på ei rett linje.
- b) Hvor mye reduseres mengden av ørret med hvert år?
- c) Forklar hvorfor linja med likningen
$$y = -50x + 900$$
er en god modell for utviklingen av ørretmengden i denne innsjøen.
- d) Hva vil tallet på ørreter være i år 2012 hvis utviklingen fortsetter på den samme måten?

Oppgave 9.152

Nina var 14 år i 2004 og hoppet da 5,10 m i lengde. Nina fortsatte å hoppe langt, og tabellen viser utviklingen. I tabellen står x for antallet år etter 2004 og y for hopplengden i meter.

År	2004	2005	2006	2007	2008
x	0	1	2	3	4
y	5,10	5,35	5,60	5,85	6,10

- a) Marker samsvarende verdier for x og y i et koordinatsystem og undersøk om punktene ligger på ei rett linje. Velg y mellom 5,00 m og 7,00 m.
- b) Hvor mye økte lengden per år i årene etter 2004?
- c) Finn en formel for hopplengden y uttrykt ved x .

- d) Hvor langt kommer Nina til å hoppe når hun er 20 år hvis utviklingen fortsetter på den samme måten?

Oppgave 9.153

Kalle Rask var 13 år i 2004 og sprang 60-meteren på 8,7 s. Han fortsatte å løpe fort, og tabellen viser utviklingen. I tabellen står x for antallet år etter 2004 og y for tida i sekunder.

År	2004	2005	2006	2007	2008
x	0	1	2	3	4
y	8,7	8,5	8,3	8,1	7,9

- a) Marker samsvarende verdier for x og y i et koordinatsystem og undersøk om punktene ligger på ei rett linje. Velg y mellom 7 s og 9 s.
- b) Finn en formel for tida y uttrykt ved x .
- c) Hva kommer Kalle til å løpe 60-meteren på når han er 19 år hvis utviklingen fortsetter som før?

9.6 Andre matematiske modeller

Oppgave 9.160

En bedrift produserer en bestemt vare. Hvis bedriften produserer og selger x enheter av varen per dag, er overskuddet $O(x)$ i kroner gitt ved

$$O(x) = -x^2 + 100x - 900$$

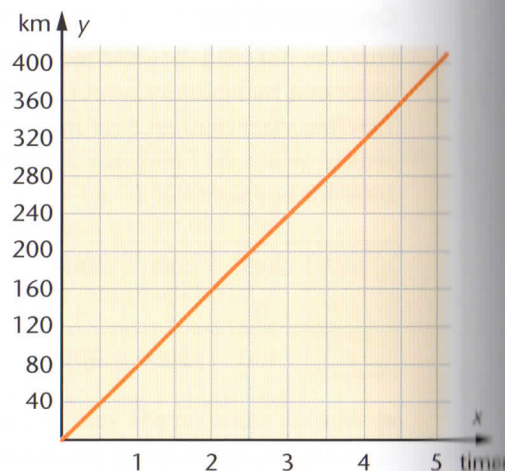
- a) Hva er overskuddet når bedriften produserer og selger
 - 1) 40 enheter
 - 2) 80 enheter
- b) Tegn grafen til O digitalt. Velg x mellom 0 og 100 og y mellom -500 kr og 2000 kr.
- c) Hvilken produksjonsmengde gir størst overskudd? Hva er overskuddet da?

Oppgave 9.161

Ei vårnatt i Lillevik var temperaturen $T(x)$ målt i celsiusgrader x timer etter midnatt

$$T(x) = 0,25x^2 - 2,5x + 10$$

- Tegn grafen til T når x er mellom 0 timer og 10 timer. Velg y mellom 0°C og 12°C .
- Når var temperaturen lavest? Hva var temperaturen da?
- Bruk grafen og finn når temperaturen var 6°C .



Oppgave 9.162

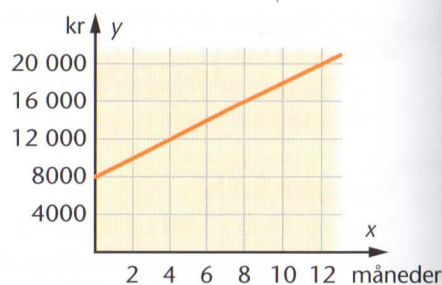
Et år var verdien $V(x)$ i kroner av en aksje x måneder etter nyttår

$$V(x) = -0,5x^2 + 6x + 25$$

- Tegn grafen til V når x er mellom 0 måneder og 12 måneder.
- Bruk grafen og finn verdien av aksjen etter 4 måneder.
- Når hadde aksjen størst verdi? Hva var aksjen verdt da?
- Når var verdien av aksjen 35 kroner?

Oppgave 9.171

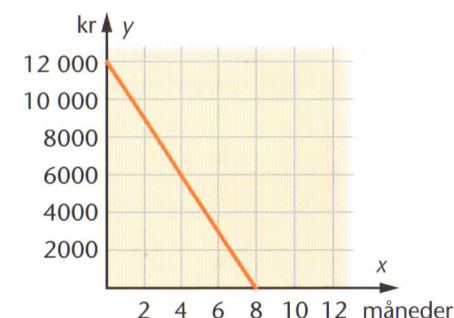
Trine har 8000 kr på kontoen sin og sparer et fast beløp hver måned. Grafen viser hvor mye Trine har på kontoen sin det første året hun sparer.



- Hvor mye har Trine på kontoen sin etter et halvt år?
- Hvor mye har Trine på kontoen sin etter ett år?
- Når har Trine 12 000 kr på kontoen sin?
- Når har Trine 16 000 kr på kontoen sin?
- Hvor mye sparer Trine hver måned?
- Hvor stor er vekstfarten til kontobeløpet?
- Hvilken praktisk tolkning har vekstfarten her?

Oppgave 9.172

Frank har 12 000 kr og bruker et fast beløp hver måned. Grafen viser hvor mye Frank har igjen til enhver tid de neste månedene.



- Hvor mye har Frank på kontoen sin etter 4 måneder?
- Når har Frank 3000 kr igjen på kontoen sin?
- Når er kontoen til Frank tom?
- Hvor stor er vekstfarten til kontobeløpet?
- Hvilken praktisk tolkning har vekstfarten her?

Oppgave 9.173

Ragnhild fyller varm te på termosen sin. Hun regner med at temperaturen $T(x)$ målt i celsiusgrader i termosen etter x timer er gitt ved

$$T(x) = -2x + 90$$

- Tegn grafen til T i et koordinatsystem. Velg x mellom 0 timer og 12 timer.
- Finn grafisk temperaturen i termosen etter 8 timer.
- Når er temperaturen i termosen 78°C ?
- Hva er vekstfarten til temperaturfunksjonen?
- Hva gir vekstfarten uttrykk for her?

Oppgave 9.174

Jørgen er ute og jogger. Han løper med jevn fart. Etter x minutter har han tilbakelagt y meter, der

$$y = 200x$$

- Hvor langt har Jørgen løpt etter 10 minutter?
- Tegn grafen digitalt når tida er mellom 0 minutter og 30 minutter. La y være mellom 0 m og 6000 m.
- Hva er vekstfarten til y ?
- Hvor mange meter løper Jørgen per minutt?

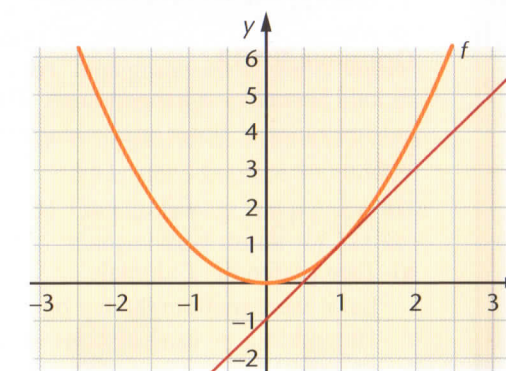
9.8 Vekstfart

Oppgave 9.180

Vi har tegnet grafen til funksjonen

$$f(x) = x^2$$

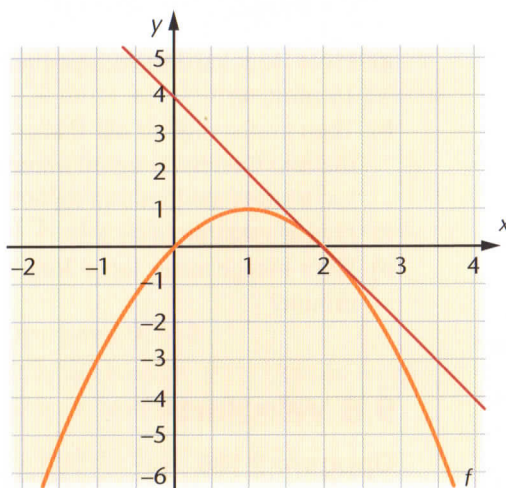
sammen med tangenten til grafen til f i punktet $(1, 1)$.



- Bruk grafen og tangenten og finn vekstfarten til f når $x = 1$.
- Tegn grafen til f digitalt.
- Kontroller svaret i oppgave a ved å bruke et digitalt hjelpemiddel.

Oppgave 9.181

Vi har tegnet grafen til funksjonen $f(x) = -x^2 + 2x$ sammen med tangenten til grafen til f i punktet $(2, 0)$.



- Bruk grafen og tangenten og finn vekstfarten til f når $x = 2$.
- Tegn grafen til f digitalt.
- Kontroller svaret i oppgave a ved å bruke et digitalt hjelpemiddel.

Oppgave 9.182

Ei kald høstnatt var temperaturen $T(x)$ i celsiusgrader x timer etter midnatt gitt ved

$$T(x) = 0,25x^2 - 2,5x + 3,25$$

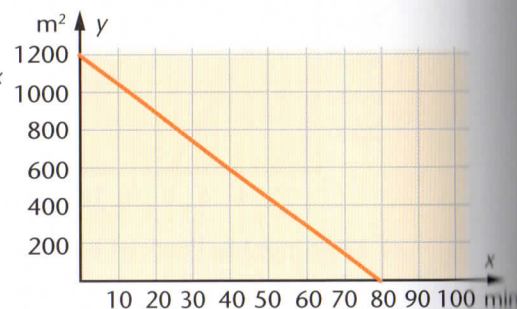
- Tegn grafen til T digitalt.
La x være mellom 0 timer og 10 timer. La y være mellom -4°C og 4°C .
- Bruk grafen og finn temperaturen
1) kl. 03.00 2) kl. 09.00
- Bruk et digitalt hjelpemiddel og finn vekstfarten til T
1) kl. 03.00 2) kl. 07.00

KATEGORI 2

9.1 Grafer

Oppgave 9.210

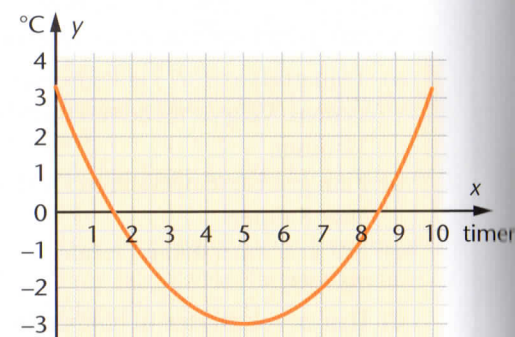
Anne skal klippe en stor plen. Grafen viser hvor mange kvadratmeter hun har igjen å klippe den nærmeste tida.



- Hvor stor er plenen som skal klippes?
- Hvor mange kvadratmeter har Anne igjen å klippe etter 40 minutter?
- Hvor mange minutter har Anne klipt når det gjenstår 300 m^2 å klippe?
- Hvor lang tid bruker hun på hele jobben?

Oppgave 9.211

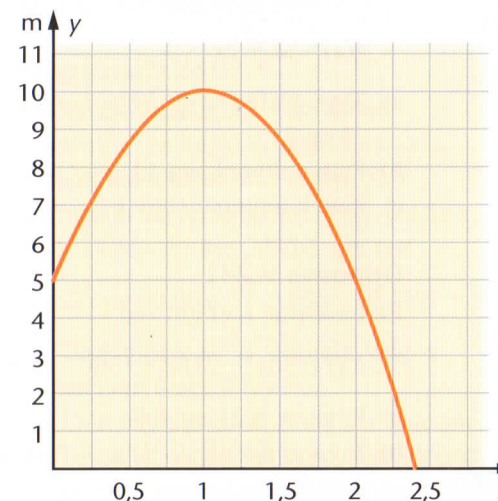
Grafen viser hvordan temperaturen varierte ei kald høstnatt. Enheten langs førsteaksen er timer etter midnatt.



- Hva var temperaturen kl. 03.00?
- Hva var temperaturen kl. 08.30?
- Når var temperaturen lavest?
Hva var temperaturen da?

Oppgave 9.212

En stein blir kastet rett opp i lufta. Grafen viser hvordan høyden y forandrer seg med tida t .

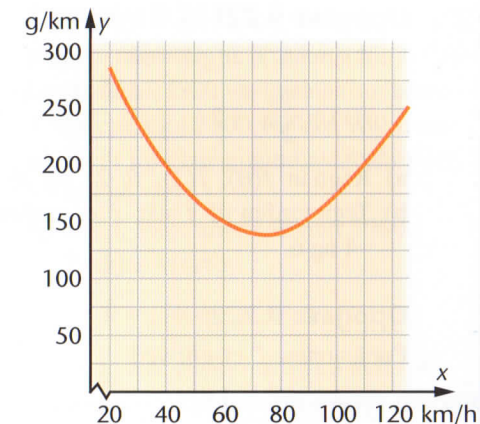


- Hvor høyt er steinen etter 0,25 s?
- Hvor høyt er steinen etter 2 s?
- Når er steinen høyest?
Hvor høyt over bakken er steinen da?
- Når treffer steinen bakken?
- Fra hvilken høyde ble steinen kastet?
- Når er steinen 8 m over bakken?

Oppgave 9.213

Biler slipper ut karbondioksid (CO_2). Hvor mye CO_2 en bil slipper ut, avhenger blant annet av farten. Grafen øverst i høyre spalte viser sammenhengen mellom CO_2 -utslipp og farten for en bestemt bil. Karbondioksidmengden er målt i gram per kilometer (g/km), og farten er i kilometer per time (km/h).

- Hvor mye CO_2 slipper bilen ut når farten er 40 km/h?
- Hvor mye CO_2 slipper bilen ut når farten er 110 km/h?
- Hvilken fart gir minst utslipp?
Hva er utslippet av CO_2 da?
- Hva er farten når utslippet er 150 g/km ?



9.2 Funksjonsbegrepet

Oppgave 9.220

Hos Foto-Jensen kan du få kopiert de digitale bildene dine fra et minnekort eller en CD. Du betaler 25 kr i porto, 19 kr i administrasjonsgebyr og 2,95 kr per bilde.

- Forklar at hvis du ønsker å kopiere x bilder, så er prisen $p(x)$ i kroner

$$p(x) = 2,95x + 44$$

- Tegn grafen til p når x ligger mellom 0 og 100.
- Bruk grafen til å finne ut hvor mye det koster å kopiere 80 bilder.
- Finn grafisk og ved regning hvor mange bilder du får for 221 kr.



Oppgave 9.221

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 2$$

- a) Regn ut $f(6)$, $f(2)$, $f(-2)$ og $f(-3)$.
- b) Tegn grafen til f når x er mellom -4 og 6 .

Oppgave 9.222

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 30x - 120$$

- a) Regn ut $f(2)$, $f(4)$, $f(10)$ og $f(30)$.
- b) Tegn grafen til f når x er mellom 0 og 30 .

9.3 Andregradsfunksjoner

Oppgave 9.230

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = 2x^2 - 4x + 1$$

- a) Regn ut $f(2)$, $f(0)$ og $f(-2)$.
- b) Tegn grafen til f når x er mellom -2 og 6 .

Oppgave 9.231

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = -x^2 + 4x + 5$$

- a) Regn ut $f(0)$, $f(2)$, $f(5)$ og $f(-1)$.
- b) Tegn grafen til f når x er mellom -2 og 6 .

Oppgave 9.232

Kostnaden i kroner ved produksjon av x motebukser er gitt ved

$$K(x) = 0,1x^2 + 250x + 18\,000$$

- a) Hva koster det å produsere
1) 100 bukser 2) 300 bukser
- b) Tegn grafen til K digitalt når x er mellom 0 bukser og 800 bukser.

9.4 Nullpunkt, toppunkt og bunnpunkt

Oppgave 9.240

Funksjonen g er gitt ved

$$g(x) = x^2 + 2x$$

- a) Tegn grafen til g . Velg x mellom -4 og 2 .
- b) Finn nullpunktene til g .
- c) Finn bunnpunktet til g .

Oppgave 9.241

En funksjon I er gitt ved

$$I(x) = 36x^2 - 216x + 1300$$

- a) Regn ut $I(2)$ og $I(4)$.
- b) Tegn grafen til I . Velg x mellom 0 og 5 .

Grafen kan brukes til å illustrere hvordan inntektene til en forretning har variert de siste fem årene.inntekten per år er regnet i millioner kroner.

- c) Finn grafisk når inntektene av salget var minst. Hva var inntektene dette året når enheten på andreaksen svarer til en million kroner per år?

Oppgave 9.242

Vi kaster en stein opp i lufta med utgangsfarten 10 m/s fra et punkt som er 5 m over bakken. Høyden over bakken målt i meter kan da bestemmes ved funksjonen

$$h(t) = -5t^2 + 10t + 5$$

der t er tida målt i sekunder fra kast-øyeblikket.

- a) Tegn grafen til h . Velg t mellom 0 s og $2,5$ s.
- b) Hvor høyt kommer steinen?
- c) Hvor lang tid bruker steinen opp til det høyeste punktet i banen?
- d) Hvor lang tid bruker steinen før den treffer bakken?

Oppgave 9.243

Funksjonen f er gitt ved $f(x) = x - x^3$.

- a) Tegn grafen til f digitalt. Velg x mellom -4 og 4 .
- b) Finn nullpunktene til f .

Oppgave 9.244

En kald vinterdag har herr Strøm kontrollert energiforbruket i huset sitt. Han er kommet til at x timer etter midnatt er energiforbruket $E(x)$ per time, målt i kilowattimer (kWh), gitt ved

$$E(x) = -0,003x^3 + 0,09x^2 - 0,459x + 5$$

- a) Tegn grafen til E digitalt. Velg x mellom 0 og 24 timer.
- b) Finn når energiforbruket per time var lavest, og når det var høyest dette døgnet. Hva var energiforbruket per time ved disse tidspunktene?

9.5 Lineære matematiske modeller

Oppgave 9.250

En kvinne har drukket alkohol og har $2,0$ promille alkohol i blodet. Vi antar at alkoholinnholdet i blodet hennes minker med $0,15$ promille per time. Etter t timer er da alkoholinnholdet i blodet gitt ved

$$y = 2,0 - 0,15 \cdot t$$

- a) Tegn ei linje som illustrerer denne sammenhengen. Velg t mellom 0 og 12 .
- b) Hvor mye alkohol har hun i blodet etter 8 timer?
- c) Finn ut hvor lang tid det tar før alkoholen er helt ute av kroppen.
- d) I Norge er det ikke lov å kjøre bil når alkoholinnholdet i blodet er over $0,2$ promille. Finn grafisk og ved regning hvor lang tid hun må vente før hun kan kjøre.

Oppgave 9.251

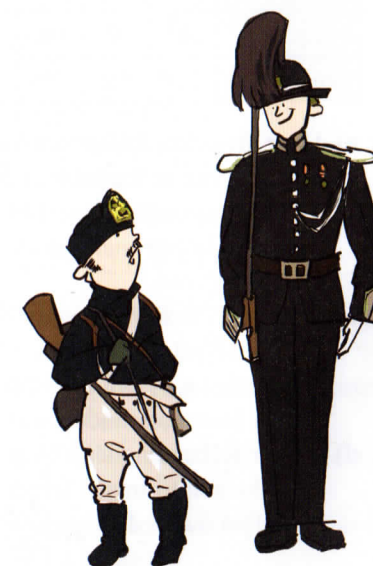
Norske rekrutter er blitt høyere i det siste hundreåret. I 1900 var gjennomsnittshøyden $170,0$ cm, og i 2000 var den $180,0$ cm.

- a) Hvor mye har gjennomsnittshøyden h økt per år?
- b) La x være antall år etter 1900. Forklar hvorfor

$$h = 170,0 + 0,10 \cdot x$$

kan være en fornuftig modell for høydeutviklingen hos norske rekrutter i perioden 1900–2000.

- I 1937 var gjennomsnittshøyden hos rekruttene $173,8$ cm, og i 1968 var den $178,3$ cm.
- c) Hvordan passer disse dataene med modellen i oppgave b?
- d) Hvor høye er rekruttene i år 2050 og i år 2100 hvis utviklingen fortsetter som i modellen?
- e) Hvis vi forutsetter at utviklingen har fulgt modellen ovenfor i de siste tusen årene, hvor høye var da soldatene til Olav Haraldsson i slaget på Stiklestad (1030)?
Kommenter svaret.



Oppgave 9.252

I 1980 kostet en liter høyoktanbensin 3,15 kr. Tabellen viser prisen y målt i kroner noen år etter 1980. Her er x antallet år etter 1980.

Årstall	1980	1985	1990	1995	2000
x	0	5	10	15	20
y (kr)	3,15	4,95	6,40	8,20	9,75

- Ta utgangspunkt i årene 1980 og 2000 og lag en lineær matematisk modell for utviklingen.
- Tegn linja i et koordinatsystem.
- Hvordan passer bensinprisene i 1985, 1990 og 1995 med modellen i a)?
- Vi antar at bensinprisen følger den lineære modellen etter år 2000. Hva blir prisen på en liter høyoktanbensin i 2015?

Oppgave 9.253

Tabellen viser folkemengden y i Norge på noen tidspunkter mellom 1900 og 2000. I tabellen svarer $x = 0$ til 1900, $x = 30$ til 1930 osv.

Årstall	1900	1930	1960	1990	2000
x (år)	0	30	60	90	100
y (millioner)	2,10	2,85	3,59	4,23	4,48

- Hvor mye økte folkemengden i gjennomsnitt per år fra 1900 til 2000?
- Ta utgangspunkt i årene 1900 og 2000 og lag en lineær matematisk modell for utviklingen.
- Tegn modellen fra oppgave b i et koordinatsystem. Merk av alle punktene (x, y) fra tabellen og vurder hvor god modellen er.
- Hva er folkemengden i Norge i år 2050 hvis utviklingen følger den modellen du lagde i oppgave b)?

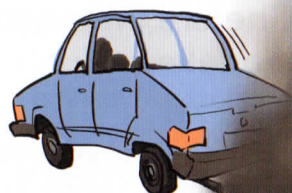
9.6 Andre matematiske modeller

Oppgave 9.260

De fleste biler slipper ut klimagassen karbondioksid (CO_2). Mengden av gass som slippes ut, er avhengig av den farten bilen har. For en bestemt bil med farten x kilometer per time (km/h) er utslippet av karbondioksid $f(x)$ målt i gram per kilometer (g/km) gitt ved

$$f(x) = 0,05x^2 - 7,5x + 420$$

- Hvor mye CO_2 per kilometer slipper bilen ut når farten er 60 km/h?
- Tegn grafen til f . Velg x mellom 20 og 120.
- Finn grafisk hvilken fart bilen må ha for å slippe ut minst CO_2 . Hvor mye karbondioksid slipper bilen da ut?



Oppgave 9.261

På et sted i Norge følger ofte minimumstemperaturen hver uke i vinterhalvåret denne modellen.

$$T(x) = \frac{4}{25}x^2 - \frac{16}{5}x + 4$$

Temperaturen $T(x)$ er målt i celsius-grader, og x er antallet uker etter midten av november.

- Tegn grafen til T digitalt. Velg x mellom 0 og 22.
- Når har vi lavest minimumstemperatur? Hva er temperaturen da?
- Kan modellen også gjelde for uke nr. 30 (midten av juni)?

Oppgave 9.262

Vannet i vannmagasinene våre inneholder energi som i høy grad kan gjøres om til elektrisk energi. Energiinnholdet i et slikt magasin måles i prosent av energiinnholdet når det er fullt. Et år var energiinnholdet i et av vannmagasinene våre x uker etter nyttår

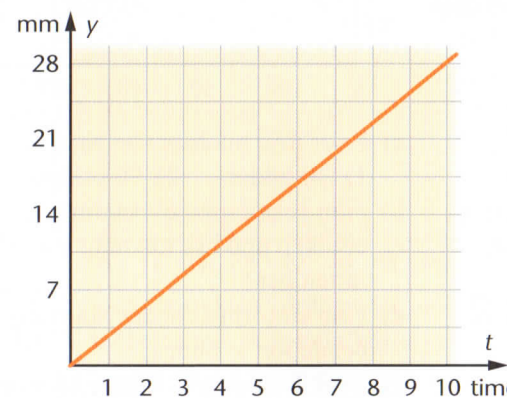
$$E(x) = -0,004x^3 + 0,360x^2 - 8,488x + 90$$

- Finn energiinnholdet i magasinet etter
1) 10 uker 2) 30 uker
- Tegn grafen til E . La x ligge mellom 0 uker og 46 uker.
- Når hadde magasinet lavest energiinnhold? Hvor mye energi var det i magasinet da?
- Når på høsten hadde magasinet høyest energiinnhold? Hvor mye energi var det i magasinet da?

9.7 Lineær vekst

Oppgave 9.270

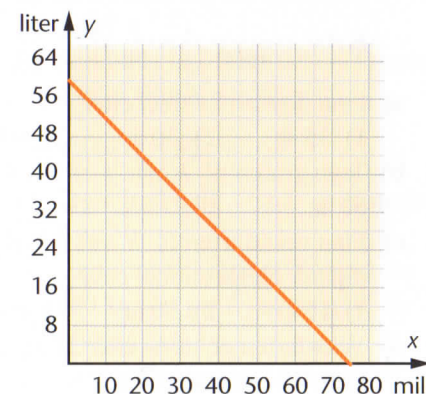
I Regndal kom det en natt mye regn. Grafen viser samlet nedbørsmengde i millimeter de 10 første timene etter midnatt.



- Hvor mange millimeter nedbør var det kommet kl. 05.00 og kl. 10.00?
- Finn vekstfarten til nedbørsmengden.
- Finn en formel for nedbørsmengden etter t timer.
- Bruk formelen til å finne hvor mye nedbør det var kommet kl. 03.00.

Oppgave 9.271

Kjell fyller bensintanken på bilen sin helt full. Han drar på langtur, og mengden av bensin på tanken avtar slik grafen viser.



- Hvor mange liter er det igjen på bensintanken etter
1) 10 mil 2) 50 mil
- Finn vekstfarten til bensinmengden.
- Hvilken praktisk tolkning har vekstfarten her?
- Finn en formel for hvor mye bensin det er på tanken etter x mil.
- Bruk formelen til å finne hvor mye bensin det er igjen etter
1) 26 mil 2) 44 mil
- Når må Kjell seinest fylle opp tanken igjen?

Oppgave 9.272

Line planter et kirsebærtre i hagen. Hun regner med at etter x år er høyden $h(x)$ av treet i meter gitt ved

$$h(x) = 0,25x + 1,25$$

- Tegn grafen til h . La x være mellom 0 år og 10 år.
- Bruk grafen til å finne vekstfarten til høyden av treet.
- Kontroller vekstfarten ved hjelp av funksjonsuttrykket.
- Finn grafisk og ved regning når treet er 3,0 m høyt.

9.8 Vekstfart

Oppgave 9.280

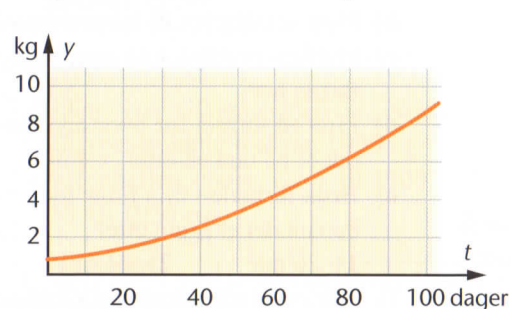
Høyden $h(t)$ i meter av et tre etter t år er gitt ved

$$h(t) = -\frac{1}{4500}t^3 + \frac{1}{50}t^2$$

- Finn høyden av treet etter
1) 15 år 2) 30 år 3) 60 år
- Tegn grafen til h når t er inntil 60 år.
- Finn vekstfarten til h ved å bruke et digitalt hjelpemiddel etter
1) 15 år 2) 30 år 3) 60 år
- Vekstfarten er størst etter 30 år. Kan vi se det av grafen?

Oppgave 9.281

Grafen viser vekten av en hund målt i kilogram de første 100 levedagene.



- Finn vekten til hunden etter
1) 30 dager 2) 80 dager
- Tegn tangenten og finn vekstfarten etter
1) 30 dager 2) 80 dager

BLANDEDE OPPGAVER

Oppgave 9.300

- Regn ut $f(2)$, $f(0)$ og $f(-2)$ når

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + 1$$

- Tegn grafen til f når x er mellom -2 og 4 .

Oppgave 9.301

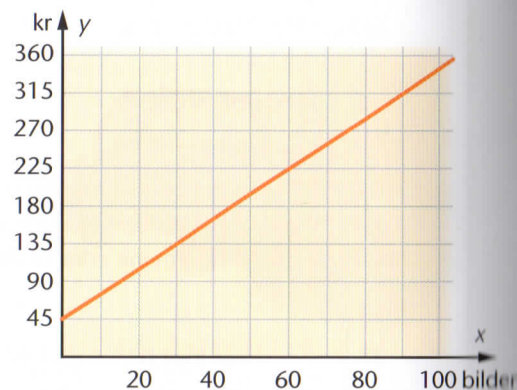
I et land er folketallet i dag 6,0 millioner. Styresmaktene regner med at om x år vil folketallet $f(x)$ i millioner være gitt ved

$$f(x) = -0,01x^3 + 0,18x^2 + 6$$

- Tegn grafen til f digitalt. Velg x mellom 0 år og 12 år.
- Hva er folketallet om
1) 6 år 2) 10 år
- Bruk et digitalt hjelpemiddel og finn vekstfarten til f om
1) 6 år 2) 10 år

Oppgave 9.302

Marit sender de digitale feriebildene sine til kopiering. Grafen viser hva hun må betale for inntil 100 bilder.



- Hvor mye må Marit betale for
1) 30 bilder 2) 90 bilder
- Finn vekstfarten til betalingen.
- Hvilken praktisk tolkning har vekstfarten her?
- Finn en formel for det Marit må betale for x bilder.
- Bruk formelen til å finne hvor mye hun må betale for
1) 38 bilder 2) 75 bilder

Oppgave 9.303

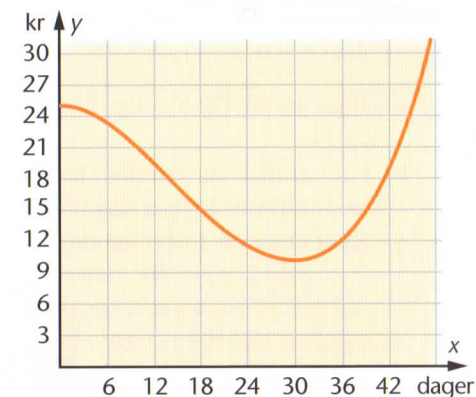
I Storevik begynte det å snø i slutten av oktober. Den 31. oktober ($t = 0$) var det kommet 10 cm nysnø, og snøværet fortsatte noe inn i november. Snødybden $S(t)$ målt i centimeter t dager inn i måneden var gitt ved

$$S(t) = -0,08t^2 + 1,6t + 10$$

- Tegn grafen til S . Velg t mellom 0 dager og 25 dager.
- Finn nullpunktet til S . Hvilken praktisk tolkning har nullpunktet her?
- Når var snødybden størst? Hva var snødybden da?
- Finn vekstfarten til S etter
1) 5 dager 2) 15 dager

Oppgave 9.304

Grafen viser hvordan prisen i kroner på en kurv jordbær varierte en sommer. Enheten på førsteaksen er dager etter 30. juni.



- Hva kostet en kurv jordbær 18. juli?
- På hvilket annet tidspunkt kostet en kurv jordbær det samme som 18. juli?
- Når var prisen på jordbær lavest? Hva kostet en kurv jordbær da?
- Når kostet en kurv jordbær 24 kr?

Oppgave 9.305

Unni er medlem av Lillevik filmklubb. Hun betaler 160 kr per år for medlemskapet og 35 kr for hver film hun vil se.

- Hva koster det for Unni å se 24 filmer et år?
- Forklar at utgiftene $U(x)$ i kroner for å se x filmer per år er

$$U(x) = 35x + 160$$

- Tegn grafen til U når x er mellom 0 og 30.
- Unni kan få kjøpt et filmpass for 700 kr. Det gir fri adgang til alle filmene i ett år. Finn grafisk og ved regning hvor mange filmer Unni minst må se for at filmpasset skal lønne seg.

Oppgave 9.306

En nyttårsrakett eksploderer 6,0 sekunder etter oppskyting. Etter t sekunder er raketten $h(t)$ meter over bakken, der

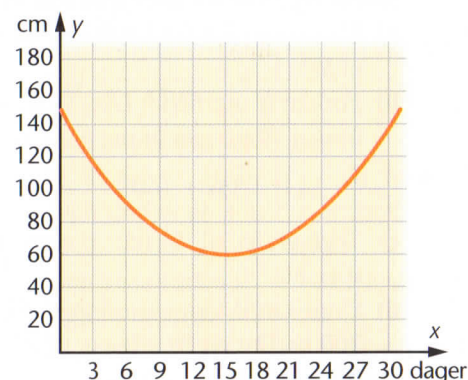
$$h(t) = -5t^2 + 40t$$

- Regn ut $h(2)$ og $h(5)$.
- Tegn grafen til h . Velg t mellom 0 s og 6 s.
- Bruk grafen og finn når raketten er i sitt høyeste punkt. Hvor høyt over bakken er raketten da?
- Finn vekstfarten etter
1) 2 s 2) 5 s
- Hva svarer vekstfarten her til i praksis?



Oppgave 9.307

- a) Grafen viser hvordan snødybden på Blåfjell varierte i mars måned et år.



- Hva var snødybden 6. mars?
 - Når var snødybden minst?
Hva var snødybden da?
 - Når var snødybden 90 cm?
- b) På Kvitfjell var snødybden S målt i centimeter x dager ut i april et år gitt ved

$$S = 160 - 4x$$

- Hva var snødybden 8. april?
- Finn ved regning når snødybden var 96 cm.
- Finn x uttrykt ved S .
- Når var snødybden 1,2 m?

Oppgave 9.308

I et forsøk blir en bakteriekultur på 12 millioner bakterier tilført et giftstoff. Etter t timer er tallet $B(t)$ på bakterier i millioner gitt ved

$$B(t) = -0,03t^3 + 0,36t^2 + 12$$

- Tegn grafen til B digitalt. Velg t mellom 0 h og 14 h.
- Finn grafisk når kulturen har flest bakterier.
Hvor mange bakterier er det da?

Oppgave 9.309

En kald vinterdag har herr Strøm kontrollert energiforbruket i huset sitt. Han er kommet fram til at x timer etter midnatt er energiforbruket $E(x)$ per time målt i kilowattimer (kWh) gitt ved

$$E(x) = -0,003x^3 + 0,09x^2 - 0,459x + 5$$

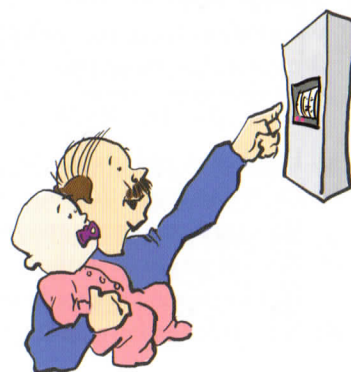
- Tegn grafen til E digitalt. Velg x mellom 0 timer og 24 timer.
- Når var energiforbruket per time lavest?
Hva var da energiforbruket per time?
- Når var energiforbruket høyest?
Hva var energiforbruket da?
- Finn vekstfarten til E etter
 - 7 timer
 - 20 timer

Oppgave 9.310

En familie bestemmer seg for å kontrollere det daglige forbruket av elektrisk energi i desember måned et år. Forbruket av elektrisk energi $E(x)$ per døgn, målt i kilowattimer (kWh), x døgn ut i desember er gitt ved

$$E(x) = 0,07x^2 - 1,4x + 35$$

- Tegn grafen til E . Velg x mellom 1 og 31.
- Finn grafisk når familien hadde det laveste forbruket per dag.
Hvor stort var forbruket da?



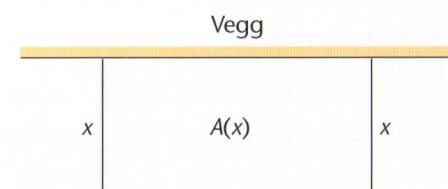
Oppgave 9.311

En skoleklasse skal ha skidag og leier en buss som skal kjøre dem til et alpinanlegg. Det koster 2700 kr å leie bussen, og et dagskort i alpinanlegget koster 180 kr. Vi regner med at alle kjøper dagskort.

- Hva blir de totale utgiftene for klassen hvis 30 elever er med?
- Finn et uttrykk for de totale utgiftene $U(x)$ hvis x elever er med.
- Tegn grafen til U når x er mellom 0 og 30.
- Finn grafisk hvor mange elever som er med når de totale utgiftene er 7200 kr.
- Finn kostnaden per elev når 25 elever er med.

Oppgave 9.312

En bonde har et gjerde som er 400 m langt. Han skal gjerde inn et rektangulært område som er begrenset av en lang vegg på den ene siden. Derfor trenger han gjerde bare på tre sider.



- Forklar at hvis vi setter bredden av området til x meter, så er lengden i meter $400 - 2x$.
- Forklar at arealet av det inngjerdede området er gitt ved funksjonen

$$A(x) = 400x - 2x^2$$
- Tegn grafen til A når x er mellom 0 m og 200 m.
- Hva må bredden x være for at arealet skal bli størst mulig?
Hvor stort er arealet da?

Oppgave 9.313

Funksjonen h er gitt ved

$$h(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$$

- Tegn grafen til h . Velg x mellom -5 og 3 .
- Finn nullpunktene til h .
- Finn toppunktet til h .

Oppgave 9.314

Tabellen viser salget S av legemidler i kroner per innbygger i Norge i perioden 1993 til 1997. La x være antallet år etter 1993.

Årstall	1993	1994	1995	1996	1997
x	0	1	2	3	4
S (kr)	1429		1710		1985

- Bruk tallene fra 1993 og 1997 og finn en lineær matematisk modell for perioden 1993–1997.
- Bruk modellen fra oppgave a og finn salgstallene per innbygger for 1994 og 1996.
- I 2007 var salget av legemidler i Norge ca. 4400 kr per innbygger. Undersøk om den lineære modellen du fant i oppgave a, passer med salgstallet per innbygger i 2007.



Oppgave 9.315

Hans og Grete spiller «gjetten regelen min». Spillet går ut på at bare den ene spilleren kjenner en regel eller et funksjonsuttrykk $f(x)$. Den andre spilleren foreslår et tall x , og den første spilleren regner ut tilhørende funksjonsverdi $f(x)$. Dette gjentar de helt til den andre spilleren har gjettest funksjonsuttrykket $f(x)$. Grete har lagd et funksjonsuttrykk, og det er Hans som skal finne dette uttrykket. Hans ber Grete regne ut funksjonsverdien til tallene 0, 2, -2, 5 og -5. Grete stiller så opp denne tabellen.

Hans foreslår et tall x	0	2	-2	5	-5
Grete regner ut tilhørende verdi $f(x)$	3	7	7	28	28

Hjelp Hans med å finne funksjonsuttrykket $f(x)$.

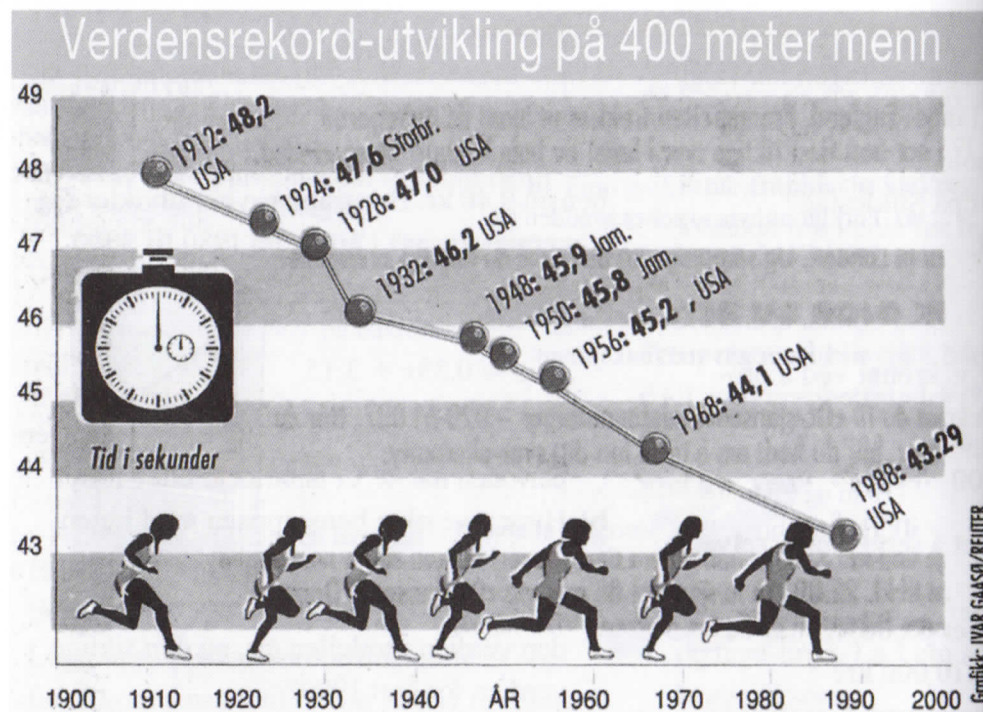
Oppgave 9.316

Spill «gjetten regelen min» med to eller flere elever. Se oppgave 9.315. En av deltakerne lager da et funksjonsuttrykk, og de andre deltakerne konkurrerer om å være den første til å finne dette funksjonsuttrykket.

Oppgave 9.317

Figuren nedenfor viser utviklingen av verdensrekorden på 400 m løp for menn.

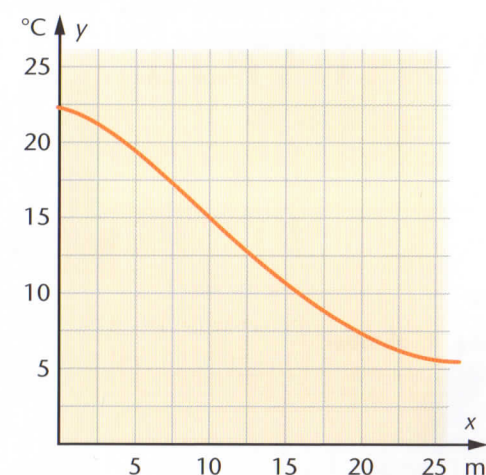
- Ta utgangspunkt i rekordene fra 1912 (48,2 s) og 1988 (43,29 s) og finn en lineær matematisk modell for utviklingen. La $x = 0$ svare til år 1900.
- Kontroller hvordan de oppgitte rekordene mellom 1912 og 1988 passer med modellen.
- Hva blir verdensrekorden på 400 m for menn i år 2010 med modellen fra oppgave a)?



Oppgave 9.318

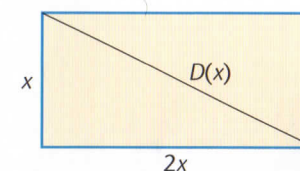
Grafen viser hvordan temperaturen y målt i celsiusgrader i en innsjø en sommerdag varierer med dybden x målt i meter.

- Hva er temperaturen i overflaten?
- Hva er temperaturen i dybden
 - 10 m
 - 20 m
- Tegn tangent og finn vekstfarten til temperaturen i dybden
 - 10 m
 - 20 m



Oppgave 9.319

Figuren viser et rektangel der lengden er det dobbelte av bredden. Vi kaller bredden av rektangelet for x , og lengden blir da $2x$.



- Forklar at rektangelet kan deles opp i to kvadrater.
- Finn et uttrykk $A(x)$ for arealet av rektangelet.
- Finn et uttrykk $O(x)$ for omkretsen av rektangelet.
- Finn et uttrykk $D(x)$ for diagonalen i rektangelet.

Oppgave 9.320

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = -6,9x + 345$$

- Regn ut $f(0)$, $f(25)$, $f(50)$ og $f(60)$.
- Tegn grafen til f når x er mellom 0 og 60.

Oppgave 9.321

Bruk et digitalt hjelpemiddel og tegn grafen til funksjonen.

- $f(x) = 0,5x^2 + 3,5x^2$
- $g(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 4x + 15$

Oppgave 9.322

Kåre drikker alltid en stor kopp kaffe om morgenen. Når koppen blir fylt med kaffe, er temperaturen i kaffen 90 °C. Etter hvert synker temperaturen i kaffen, og x minutter etter påfyll er temperaturen i kaffen målt i celsiusgrader gitt ved

$$T(x) = -1,8x + 90$$

- Hva er temperaturen i kaffen etter 10 minutter?
- Tegn grafen til T . Velg x mellom 0 min og 30 min.
- Når er temperaturen i kaffen 63 °C?
- Finn vekstfarten til temperaturfunksjonen T .
- Hvilken praktisk tolkning har vekstfarten her?



Oppgave 9.323

Funksjonen f er gitt ved

$$f(x) = -\frac{3}{2}x + 3$$

- a) Regn ut $f(2)$, $f(1)$, $f(-2)$ og $f(-3)$.
- b) Tegn grafen til f når x er mellom -4 og 5 .

Oppgave 9.324

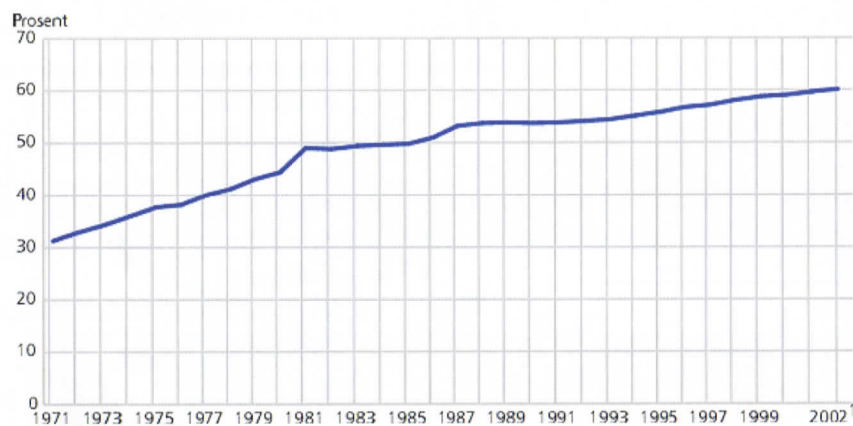
Illustrasjonen viser andelen kvinner i høyere utdanning fra 1971 til 2002. Vi setter andelen kvinner i 1971 til 32 % og andelen kvinner i 2002 til 60 %.

- a) Finn den gjennomsnittlige økningen i prosentpoeng per år fra 1971 til 2002.
- b) Lag en lineær matematisk modell med utgangspunkt i årene 1971 og 2002. La $x = 0$ svare til 1971, $x = 10$ til 1981 osv.
- c) Framstill den matematiske modellen grafisk. La x være mellom 0 og 40.
- d) Vi tenker oss at utviklingen følger modellen også etter 2002. Hvor stor andel kvinner vil det være i høyere utdanning i 2011?

Statistisk sentralbyrå
Statistics Norway

Statistisk årbok
2004

191 Andel kvinner i høyere utdanning, 1. oktober.



1 Personer på doktorgradsprogram er ikke inkludert fra og med 2002.
<http://www.ssb.no/emner/04/02/40/>.

2004 © Statistisk sentralbyrå

ON

Lommeregnerstoff



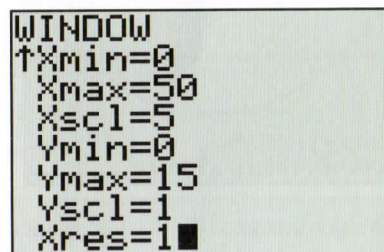
9.7 Lineær vekst

Vi viser nå hvordan vi finner vekstfarten til funksjonen

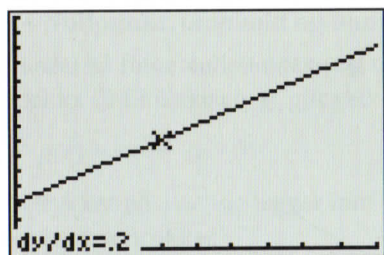
$$h(t) = 0,2t + 3$$

fra eksempelet på side 262. Vi velger å finne vekstfarten etter 20 år.

Vi trykker på $\boxed{Y=}$ og legger inn funksjonsuttrykket $Y1 = 0,2X + 3$. Deretter trykker vi på $\boxed{WINDOW}$ og velger vindu som vist nedenfor.



Nå trykker vi på $\boxed{GRAPH}$ og får tegnet grafen. Deretter trykker vi på $\boxed{CALC}$ og velger 6:dy/dx. Vi vil finne vekstfarten etter 20 år og trykker 20 etterfulgt av $\boxed{ENTER}$ og får fram vekstfarten som vist nedenfor.



Vekstfarten er 0,2 m/år.

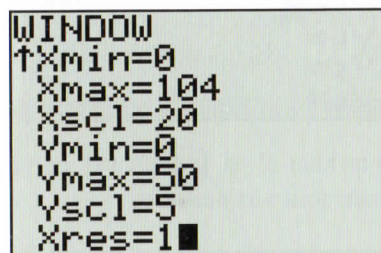
Vi får den samme vekstfarten uansett hvilket år vi velger.

9.8 Vekstfart

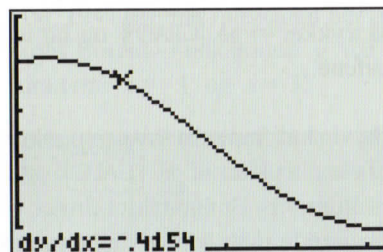
Vi trykker på $\boxed{Y=}$ og legger inn funksjonsuttrykket

$$p(x) = 0,000088x^3 - 0,0146x^2 + 0,223x + 40$$

Deretter trykker vi på $\boxed{WINDOW}$ og velger vindu som vist nedenfor.



Nå trykker vi på $\boxed{GRAPH}$ og får tegnet grafen. Deretter trykker vi på $\boxed{CALC}$ og velger 6:dy/dx. Vi vil finne vekstfarten etter 30 år og trykker 30 etterfulgt av $\boxed{ENTER}$. Da får vi fram vekstfarten som vist nedenfor.



Vekstfarten er -0,415 % av befolkningen per år.

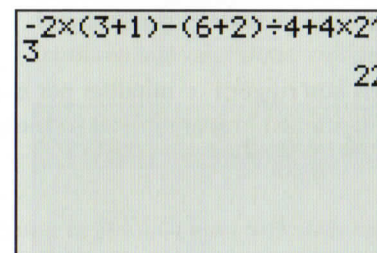
CASIO

2.1 Regnerekkefølge

Vi skal regne ut

$$-2 \cdot (3 + 1) - (6 + 2) : 4 + 4 \cdot 2^3$$

Trykk på tasten $\boxed{ON}$ og velg deretter RUN på ikonmenyen. Legg så inn uttrykket på denne måten:



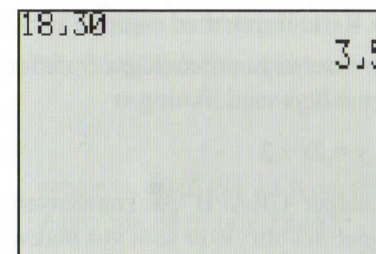
Legg merke til at det første minustegnet er et fortegn, og at det andre minustegnet er et differansetegn. Legg også merke til at i potenser trykker vi på tasten $\boxed{\wedge}$ foran eksponenten. Vi får svaret 22 når vi trykker på $\boxed{EXE}$.

Hvis du ikke får svaret 22, har du tastet feil. Da trykker du på piltasten $\blacktriangleleft$. Du kan nå flytte markøren framover eller bakover i uttrykket ditt og rette opp den feilen du gjorde. Finn også ut hvordan tastene $\boxed{DEL}$ og $\boxed{INS}$ virker. Trykk på $\boxed{EXE}$ for å få fram svaret igjen.

2.3 Forkorting og utviding av brøker

Vi skal forkorte brøken $\frac{18}{30}$.

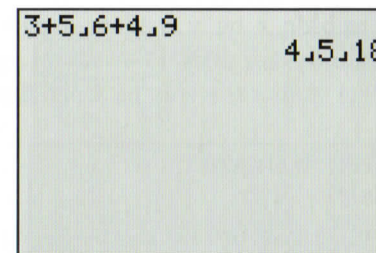
Velg RUN på ikonmenyen og tast 18 $\boxed{\div}$ 30. Tegnet $\boxed{\div}$ får du fram ved å trykke på tasten $\boxed{a^b/c}$. Trykk nå på $\boxed{EXE}$. Da får du svaret $\frac{3}{5}$ som vist på figuren øverst i høyre spalte.



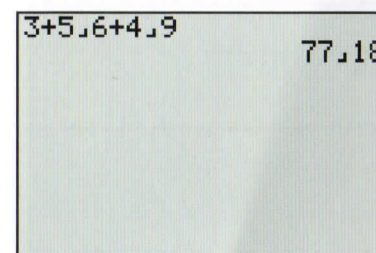
2.4 Brøkrekning

Vi skal regne ut $3 + \frac{5}{6} + \frac{4}{9}$.

Først velger vi RUN på ikonmenyen. Tast inn uttrykket og husk på å trykke på tasten $\boxed{a^b/c}$ for å få fram symbolet for brøkstrek. Når du trykker på $\boxed{EXE}$, får du svaret $4\frac{5}{18}$ som vist nedenfor.



Legg merke til hvordan lommeregneren skriver blandede tall. Hvis vi vil ha svaret som en uekte brøk, trykker vi på tasten $\boxed{d/c}$. Symbolet d/c står skrevet med gult over tasten $\boxed{a^b/c}$. Du trykker da på $\boxed{SHIFT}$ og deretter på $\boxed{a^b/c}$. Nå får du svaret $\frac{77}{18}$ som vist på figuren nedenfor.



3.6 Rette linjer med digitale verktøy

Her viser vi hvordan vi går fram for å få tegnet linja med likningen

$$y = 2x - 3$$

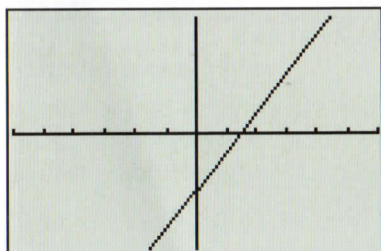
Vi velger GRAPH på ikonmenyen og legger inn uttrykket som vist nedenfor.

```
Graph Func :Y=
Y1=2X-3
Y2:
Y3:
Y4:
Y5:
Y6:
[SEL] [DEL] [TYPE] [CLR] [MEM] [DRAW]
```

Nå må vi velge vindu. Det er å bestemme hvor stort koordinatsystem vi skal ha. Vi vil ha både x og y mellom -6 og 6 . Derfor trykker vi på [V-Window] og velger verdier slik som på denne figuren.

```
View Window
Xmin :-6
max :6
scale:1
Ymin :-6
max :6
scale:1
[INIT] [TRIG] [STD] [STO] [RCL]
```

Scale bestemmer hvor langt det skal være mellom strekene på koordinat-aksene. Nå trykker vi på [EXIT] etterfulgt av [F6] (DRAW). Det gir denne grafen:



Det er ikke alltid like enkelt å velge et godt vindu når vi skal tegne linjer på lommeregneren. Hvilke verdier vi skal velge for x , går ofte fram av oppgaveteksten. Vi kan da bruke lommeregneren til å finne verdiene for y .

Eksempel

Mari har en mobiltelefon med et abonnement som koster 150 kr per måned. Hun betaler 0,89 kr per minutt når hun ringer. Mari sender ikke tekstmeldinger.

Hvis hun ringer i x minutter per måned, er utgiftene i kroner gitt ved formelen

$$y = 0,89x + 150$$

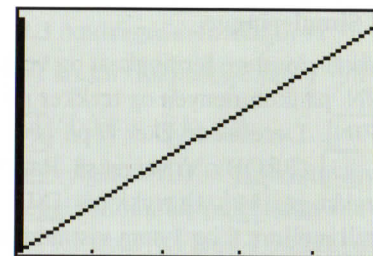
Tegn den rette linja på lommeregneren.

Løsning:

Etter at vi har lagt inn formelen, trykker vi på [V-Window] og velger verdier for x som vist nedenfor, Xmin : 0, max : 500 og scale : 100. Det spiller ingen rolle hvilke verdier som er valgt for y .

```
View Window
Xmin :0
max :500
scale:100
Ymin :0
max :5
scale:1
[INIT] [TRIG] [STD] [STO] [RCL]
```

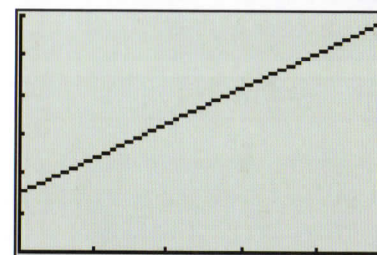
Så trykker vi på [EXIT] og deretter på [F6] (DRAW). Vi ser kanskje ikke noen graf. Så trykker vi på [ZOOM] og på [F5] (AUTO). Vi får nå fram grafen som er vist øverst på neste side.



Grafen er ikke perfekt. For det første er x -aksen ikke tegnet, og for det andre er y -aksen i praksis uten inndeling. Vi trykker på [V-Window] og ser at lommeregneren har valgt dette vinduet:

```
View Window
Xmin :0
max :500
scale:100
Ymin :150
max :595
scale:1
[INIT] [TRIG] [STD] [STO] [RCL]
```

Vi retter Ymin til 0, scale til 100 og gjerne max til 600. Da får vi denne grafen når vi trykker på [EXIT] og på [F6] (DRAW):



3.8 Grafisk avlesing

Når vi skal løse likningen

$$\frac{3}{2}x + \frac{1}{2} = 5$$

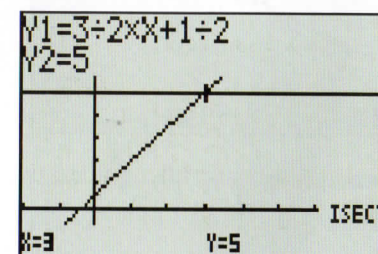
velger vi GRAPH på ikonmenyen og legger inn de to uttrykkene:

```
Graph Func :Y=
Y1=3/2X+1/2
Y2=5
Y3:
Y4:
Y5:
Y6:
[SEL] [DEL] [TYPE] [CLR] [MEM] [DRAW]
```

Vi trykker nå på [V-Window] og velger dette vinduet:

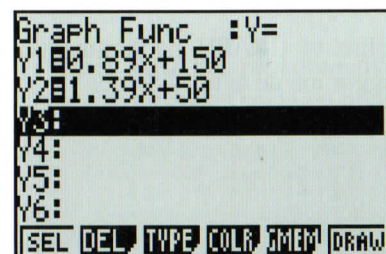
```
View Window
Xmin :-2
max :8
scale:1
Ymin :-2
max :8
scale:1
[INIT] [TRIG] [STD] [STO] [RCL]
```

Så trykker vi på [EXIT] og velger DRAW. Vi får tegnet linjene. Til slutt trykker vi på [G-Solv] og velger ISCT (intersection). Markøren stiller seg i skjæringspunktet mellom linjene, og vi ser koordinatene til skjæringspunktet nederst på skjermen.



3.9 Grafisk løsning av likninger

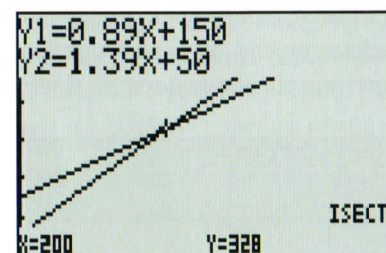
Vi velger GRAPH på ikonmenyen og legger inn de to uttrykkene:



Vi trykker så på V-Window og velger dette vinduet:



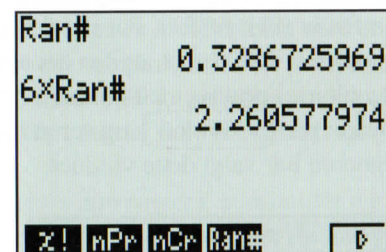
Så trykker vi på EXIT og velger DRAW. Vi får tegnet linjene. Til slutt trykker vi på G-Solv og velger ISCT (intersection). Markøren stiller seg i skjæringspunktet mellom linjene, og vi ser koordinatene til skjæringspunktet nederst på skjermen.



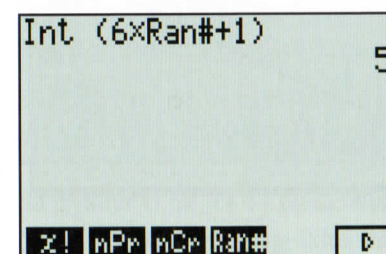
Løsningen er $x = 200$ og $y = 328$.

8.2 Simuleringer

Vi skal simulere terningkast og velger RUN på ikonmenyen og trykker på OPTN. Deretter trykker vi på F6 og på F3 (PROB). Vi velger så Ran# ved å trykke på F4. Et trykk på EXE gir nå et tall mellom 0 og 1 som vist nedenfor.



Hvis vi taster $6 \cdot \text{Ran\#}$, får vi et tilfeldig tall mellom 0 og 6 som vist på skjermbildet ovenfor. Ved å legge til 1 får vi et tall mellom 1 og 7. Vi vil gjerne ha et heltall mellom 1 og 6. Vi bruker da funksjonen Int (heltall heter integer på engelsk). Den funksjonen fjerner alle desimalene i et tall. Vi finner Int ved å trykke på EXIT, på F4 (NUM) og på F2 (Int). Vi fullfører så uttrykket på skjermbildet nedenfor og får et heltall mellom 1 og 6 når vi trykker på EXE.



Dette kan vi oppfatte som et terningkast. Vi får fram flere slike terningkast ved å trykke flere ganger på EXE.

Hvis vi nå skal kaste 100 ganger og finne ut hvor mange seksere vi får, trykker vi 100 ganger på EXE og teller hvor mange seksere vi får.

9.3 Andregradsfunksjoner

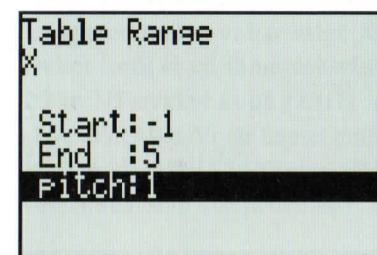
Vi tar for oss funksjonen f gitt ved

$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$

Vi velger TABLE på ikonmenyen. Så legger vi inn formelen som vist nedenfor. Vi får fram X^2 ved å trykke på X, θ, T etterfulgt av x^2 .



Vi trykker nå på EXE for å lagre uttrykket. Deretter trykker vi på F5 (RANG) og velger verdier i samsvar med figuren nedenfor. Husk å bruke tasten (-) når du skal legge inn tallet -1.



Tallet pitch bestemmer differansen mellom x -verdiene i tabellen. Husk å trykke på EXE etter hvert tall. Vi trykker nå på EXIT og deretter på F6 (TABL). Vi får fram tabellen nedenfor.

X	Y1
-1	8
0	3
1	0
2	-1

-1

FORM DEL ROW G-COM G-PLT

Bruk piltastene for å få se resten av tabellen.

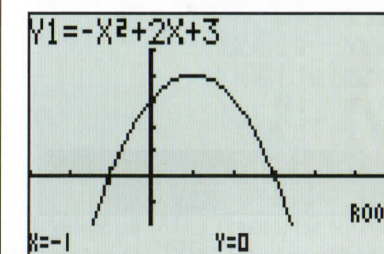
9.4 Nullpunkt, toppunkt og bunnpunkt

Vi skal nå finne nullpunktene og toppunktet til funksjonen g gitt ved

$$g(x) = -x^2 + 2x + 3$$

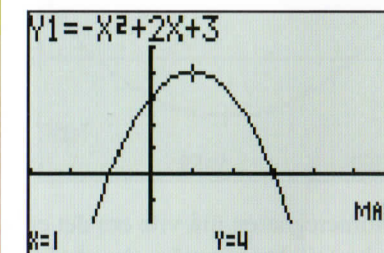
Vi velger GRAPH på ikonmenyen og legger inn funksjonsuttrykket $Y1 = -X^2 + 2X + 3$. Deretter trykker vi på V-Window og velger et vindu bestemt av at $x \in [-3, 6]$ og $y \in [-3, 6]$. Nå tegner vi grafen på lommeregneren.

For å finne nullpunktene trykker vi så på G-Solv (SHIFT og F5) og deretter på F1 (ROOT). Vi kan da lese av nullpunktet $x = -1$ som vist nedenfor.



Vi trykker så på piltasten $\rightarrow$, og markøren flytter seg til det andre nullpunktet $x = 3$. Funksjonen g har nullpunktene $x = -1$ og $x = 3$.

For å finne toppunktet trykker vi på G-Solv og trykker F2 (MAX). Det gir dette skjermbildet:



I toppunktet er $x = 1$ og $y = 4$. Toppunktet har koordinatene $(1, 4)$.

9.6 Andre matematiske modeller

Vi velger GRAPH på ikonmenyen og legger inn de to funksjonsuttrykkene på figuren nedenfor.

```
Graph Func :Y=
Y1=1÷2500X²-2÷5X+1
Y2=100
Y3:
Y4:
Y5:
Y6:
[SEL] [DEL] [TYPE] [COLR] [ZMEM] [DRAW]
```

Så trykker vi på [V-Window] og velger dette vinduet:

```
View Window
Xmin :0
max :1000
scale:100
Ymin :0
max :200
scale:50
[INIT] [TRIG] [STD] [STO] [RCL]
```

Nå trykker vi på [EXIT] og velger DRAW. Vi får tegnet grafene som vist nedenfor. Når vi skal finne det laveste punktet på kabelen, trykker vi på [G-Solv] og velger MIN ved å trykke på [F3]. Markøren stiller seg nå på den første grafen som vist på dette skjermbildet:

```
Y1=1÷2500X²-2÷5X+1
X=500 Y=50 MIN
```

Lommeregneren må vite om det er bunnpunktet til denne grafen den skal finne. Vi trykker på [EXE] for å godta forslaget. Kabelen er 50 m over vannet på det laveste. Avstanden fra land er da 500 m.

For å finne hvor kabelen henger 100 m over vannet, trykker vi på [G-Solv] og velger ISCT (intersection). Markøren stiller seg i skjæringspunktet mellom grafene, og vi ser koordinatene til skjæringspunktet nederst på skjermbildet.

```
Y1=1÷2500X²-2÷5X+1
Y2=100
X=146.4466094 Y=100 ISCT
```

Kabelen henger 100 m over vannet 146 m fra land. For å finne det andre punktet trykker vi på piltasten [→]. Markøren stiller seg i det andre skjæringspunktet. Vi får fram at kabelen henger 100 m over vannet 854 m fra land.

9.7 Lineær vekst

Vi viser nå hvordan vi finner vekstfarten til funksjonen

$$h(t) = 0,2t + 3$$

fra eksempelet på side 262. Vi velger å finne vekstfarten etter 20 år.

Vi velger GRAPH på ikonmenyen og legger inn funksjonsuttrykket $Y1 = 0,2X + 3$. Deretter trykker vi på [SET UP] og setter Derivative til On. Vi trykker så på [EXIT] og på [V-Window] og velger dette vinduet:

```
View Window
Xmin :20
max :50
scale:1
Ymin :0
max :15
scale:1
[INIT] [TRIG] [STD] [STO] [RCL]
```

Legg merke til at vi har valgt $X_{min} = 20$. Det er fordi vi vil finne vekstfarten etter 20 år. Nå trykker vi på [EXIT] og på [F6] (DRAW). Vi får tegnet grafen. Når vi så trykker på [F1] (Trace), får vi fram vekstfarten som vist nedenfor.

```
Y1=0.2X+3
X=20 Y=7 dY/dX=0.2
```

Vekstfarten er 0,2 m/år.

Vi får den samme vekstfarten uansett hvilket år vi velger.

9.8 Vekstfart

Vi velger GRAPH på ikonmenyen og legger inn funksjonsuttrykket

$$p(x) = 0,000088x^3 - 0,0146x^2 + 0,223x + 40$$

Deretter trykker vi på [SET UP] og setter Derivative til On. Vi trykker så på [EXIT] og på [V-Window] og velger dette vinduet:

```
View Window
Xmin :30
max :104
scale:10
Ymin :0
max :50
scale:10
[INIT] [TRIG] [STD] [STO] [RCL]
```

Legg merke til at vi har valgt $X_{min} = 30$. Det er fordi vi vil finne vekstfarten etter 30 år. Nå trykker vi på [EXIT] og på [F6] (DRAW). Vi får tegnet grafen. Når vi så trykker på [F1] (Trace), får vi fram vekstfarten som vist nedenfor.

```
Y1=0.000088X³-0.014
X=30 Y=35.926 dY/dX=-0.415
```

Vekstfarten er -0,415 % av befolkningen per år.

OFF